J. Lake Sci.(湖泊科学),2026,38(6):000-000
DOI 10.18307/2026.0651
©2026 by *Journal of Lake Sciences*

三峡水库变动回水区典型河段悬移质含沙量垂线分布规律*

刘旭婷[1,2]，刘新波[1]，邓乐乐[1]，安日辉[3]，李雨晨[1]，苏忆杭[1]，杨磊[3;**]

（1：中国长江电力股份有限公司，武汉 430010）
（2：武汉大学水利水电学院，武汉 430072）
（3：中国长江三峡集团有限公司武汉科创园，武汉 430010）

摘 要：自三峡水库蓄水及上游梯级水库联合调度以来，三峡水库特别是变动回水区的泥沙输运环境发生了显著变化。变动回水区作为河道-水库交替影响的敏感区域，其悬移质垂线分布规律的演变直接关系到库尾减淤调度决策及航道维护效益。本文基于 2009—2020 年长序列实测数据，利用 K-means 聚类算法系统识别了变动回水区悬移质垂线分布模式，并结合非饱和度系数、悬浮指标等水动力参数分析其形成机制，同时对经典 Rouse 公式与韩其为不平衡输沙公式的适用性进行定量评价。结果表明：研究河段悬移质垂线分布可划分为三种典型模式，即低浓度弱梯度型（模式 0，占 67.8%）、中浓度强梯度型（模式 1，占 28.8%）和高浓度近均匀型（模式 2，占 3.4%），其中模式 0 为最主要分布形态。空间上，沿程由朱沱至清溪场，垂线分布由多模式并存逐渐向低浓度弱梯度型主导演变；时间上，各模式与汛期水文过程密切相关，中高浓度模式主要出现在主汛期；多年尺度上，低浓度模式占比持续增加，并在 2014 年以后逐渐成为主导类型。上述变化主要受回水顶托作用、水动力条件变化及上游泥沙供给调整的共同驱动，其中回水顶托增强导致下游河段水流挟沙能力减弱，而上游梯级水库拦沙作用强化使入库泥沙供给持续减少，从而使悬移质输运逐渐向低浓度弱梯度型分布演化。成因分析表明，不同垂线分布模式主要受水动力条件、泥沙供给状况及悬浮能力的综合控制：在泥沙供给不足条件下，水流处于明显不饱和输沙状态，垂向浓度梯度较弱，形成低浓度弱梯度型；在洪水来沙阶段，强紊动扩散与充足泥沙供给共同作用形成中浓度强梯度型；而在高含沙输沙条件下，颗粒群体沉降及紊流阻尼作用增强，使垂向分选减弱，形成高浓度近均匀型。适用性评价结果表明，在垂线平均含沙量计算方面，Rouse 公式与韩其为公式精度相近；但在单宽输沙率计算中，韩其为公式通过引入非饱和系数有效修正了低浓度非平衡输沙条件下的系统偏差，其整体精度和稳定性优于 Rouse 公式。两种公式对近底高浓度区的刻画能力仍存在不足，表明高含沙条件下颗粒对紊流结构的反馈效应尚未被经典理论充分考虑。研究成果可为三峡水库变动回水区泥沙输运机理研究及库区调度与航道治理提供理论依据。
关键词：三峡水库；变动回水区；悬移质含沙量；垂线分布模式；悬浮指标；非饱和度系数；输沙率

Vertical Distribution of Suspended Sediment in Typical River Sections of the Fluctuating Backwater Zone, Three Gorges Reservoir

Liu Xuting[1,2], Liu Xinbo[1], Deng Lele[1], An Rihui[3], Li Yuchen[1], Su Yihang[1], Yang Lei[3;**]
（1: China Yangtze Power Co., Ltd., Wuhan, 430010, P.R.China）
（2: Wuhan University, Wuhan, 430072, P.R.China）
（3: Wuhan Science and Technology Innovation Park, China Three Gorges Corporation, Wuhan, 430010, P.R.China）

Abstract: The impoundment of the Three Gorges Reservoir (TGR) and the joint operation of upstream cascade reservoirs have greatly altered the transport environment of suspended sediment, particularly in the fluctuating backwater zone (FBZ). As a sensitive region influenced by alternating river and reservoir hydrodynamic conditions, the FBZ exhibits a variable vertical distribution of suspended sediment concentration (SSC), which directly informs sediment reduction regulation and waterway maintenance benefit assessment at the reservoir tail. Based on long-term field data from 2009 to 2020, this study used the K-means clustering algorithm to systematically classify the vertical distribution patterns of suspended sediment in the FBZ. We then analyzed the formation mechanisms of these patterns using hydrodynamic parameters, including the non-saturation coefficient and suspension index, and quantitatively evaluated the applicability of the classic Rouse formula and Han Qiwei's non-equilibrium sediment transport formula. The results show that the vertical distribution of suspended sediment in the study reach falls into three typical patterns: low-concentration weak-gradient type (Mode 0, 67.8%), medium-concentration strong-gradient type (Mode 1, 28.8%), and high-concentration near-uniform type (Mode 2, 3.4%). Mode 0 is the dominant pattern. Spatially, the reach from Zhutuo to Qingxichang shows a transition from mixed patterns to the single dominance of Mode 0. Temporally, these patterns respond closely to flood-season hydrological processes, with medium- and high-concentration patterns occurring mainly in the main flood period. On a multi-year scale, the proportion of Mode 0 has continuously increased and has become the absolutely dominant pattern since 2014. This spatiotemporal evolution is mainly controlled by the combined effects of backwater jacking, changes in hydrodynamic conditions, and upstream sediment supply adjustment. Specifically, the strengthened backwater effect reduces sediment transport capacity in downstream reaches, and the enhanced sediment trapping by upstream cascade reservoirs continuously reduces upstream sediment supply, jointly driving the vertical distribution toward Mode 0. Mechanistic

* 2026-01-16 收稿；2026-04-16 收修改稿。
中国长江电力股份有限公司科研项目（Z242302046）资助。
** 通信作者；E-mail：yang_lei12@ctg.com.cn

analysis reveals that the different vertical distribution patterns are governed by hydrodynamic conditions, sediment supply, and flow suspension capacity. Insufficient sediment supply leads to obvious flow unsaturation and a weak vertical sediment gradient, forming Mode 0. During flood periods, strong turbulent diffusion and adequate sediment supply together produce Mode 1. Under high SSC conditions, particle settling and turbulence damping weaken vertical sediment sorting, forming Mode 2. The applicability evaluation indicates that the Rouse formula and Han Qiwei's formula achieve similar accuracy in calculating vertical mean sediment concentration. For calculating unit-width sediment transport rate, Han Qiwei's formula introduces the non-saturation coefficient to effectively correct systematic errors under low-concentration non-equilibrium conditions, thus showing higher overall accuracy and stability than the Rouse formula. Both formulas have limitations in characterizing the near-bottom high-concentration sediment layer, because classical sediment transport theories do not fully consider particle-induced feedback effects on flow turbulence under high-concentration conditions. The results of this study provide a reliable theoretical basis for research on sediment transport mechanisms, reservoir optimal operation, and waterway regulation in the TGR fluctuating backwater zone.
Key words: Three Gorges Reservoir; Fluctuating Backwater Zone; Suspended Sediment Concentration; Vertical Distribution Pattern; Suspension Index; Non-saturation Coefficient; Sediment Transport Rate

自三峡水库蓄水及上游梯级水库联合调度以来，长江干流水沙输运格局发生了显著重构。大量研究表明，大型水库群的建设与运行通过拦截泥沙、改变径流过程和水位变幅，显著削弱了河流系统的泥沙连续性，进而重塑了库区及其上下游河道的水沙动力学特征。这一过程并非区域性特例，而是全球范围内大坝密集建设背景下河流系统的普遍响应。

在全球尺度上，密西西比河和科罗拉多河等大型河流的长期观测研究清晰揭示了水库拦沙对流域泥沙通量的深刻影响。例如，密西西比河[1]和科罗拉多河[2]等流域的长期观测研究表明，水库的拦截作用导致下游“清水下泄”，并引起河床形态及泥沙输运结构的系统性调整。Meade 等基于密西西比河长期观测资料指出，该河悬移质输沙量显著减小，其主要原因即为上游水库群对泥沙的拦截作用。

在理论研究方面，悬移质垂向分布通常采用基于扩散理论建立的经典模型进行描述，其中以 Rouse 公式[3]应用最为广泛。此外，相似理论[4]、有限掺混长度理论[5]及能量理论[6]等也被用于解释泥沙垂向分布规律。倪晋仁等[7]研究指出，尽管扩散理论、能量理论、混合理论、相似理论和随机理论在推导悬移质浓度分布公式时出发点不同，但最终均可统一为扩散方程的形式，其主要区别在于所采用的泥沙扩散系数存在差异。基于不同研究视角，众多学者对各类理论模型进行了改进，提出了多种悬移质垂线分布公式[8-15]。然而，上述理论大多建立在平衡输沙假设基础之上，即水流输沙能力与泥沙供给处于动态平衡状态。当河流处于水沙条件剧烈变化或受水库调度影响时，泥沙输运过程往往表现出明显的非平衡特征，从而使经典理论在实际应用中出现一定偏差。

在库区变动回水环境，水流流态常处于非恒定、非均匀状态，且泥沙输移具有显著的非平衡特性，使得经典公式的适用性受到挑战。毛红梅等[16]曾结合清溪场、万县站的实测资料指出，尽管泥沙横向分布较为均匀，但由于絮凝作用影响，其垂线分布较为不均。近年来，基于非平衡输沙理论的改进公式逐渐被提出，但如何在复杂河流条件下合理选择和评价不同公式，仍是当前研究的重要问题。

变动回水区作为库区中水动力特性最为复杂、河床演变最为敏感的区域，其悬移质输运机制的改变直接影响库尾减淤调度决策及航道维护效益。变动回水区具有显著的“河道-水库”交替特性：在库区蓄水期，受大坝回水顶托，河段水面线平缓、流速锐减，呈现出强烈的库区淤积特性；而在消落期，随库水位下泄，水力坡降增大，流速回升，河段又回归天然河道的冲刷特性[17]。这种双重特性使得该区域悬移质垂线含沙量的分布规律相较于天然河段又发生了深刻变化。传统天然河段中，垂线含沙量主要受紊动与沉降的动力平衡支配；但在变动回水区，受水位周期性大幅波动、水动力条件剧烈变化的影响，泥沙分布呈现出极强的非平稳性和时空异质性。特别是近年来，上游梯级水库群拦截了绝大部分粗颗粒泥沙，导致进入重庆河段的泥沙呈现“浓度低、颗粒细、通量少”的特征[18]。这种“清水下泄”效应使得泥沙输移长期处于高度非平衡状态，传统的含沙量垂线分布模式在库区特殊动力背景下的演变机制及成因，仍是当前亟待深入探讨的科学问题。

鉴于此，本文利用 2009—2020 年变动回水区典型断面长序列实测资料，利用 K-means 聚类算法识别变动回水区典型悬移质垂线分布模式，并分析不同模式对应的水沙条件及动力机制；在此基础上，从动力学响应机制角度探讨各模式的成因；最后，定量评价 Rouse 公式与韩其为不平衡输沙公式的适用性。研究旨在揭示变动回水区在梯级水库联合调度下的泥沙垂向分布演变规律，并通过引入非饱和度系数评价经典公式的适用性，以期为复杂环境下的水沙数学模型优化及水库调度提供理论参考。

1 区域概况与研究方法

1.1 河段概况

研究聚焦于长江上游干流的重庆河段（图 1），该河段上起江津，下至长寿，属于典型的山区河段。

河段位于三峡库区变动回水区的上段，受上游梯级水库群和三峡联合调度的共同影响。同时，该区段长期设有国家基本水文站，实测资料连续、可靠，为开展研究提供了坚实的数据基础。

研究选取了处于变动回水区不同区位的三个典型水文站进行综合分析：朱沱站位于变动回水区上段，其水沙特性主要反映上游梯级水库群拦截后的入库初始动力；寸滩站地处回水区中部，受入库径流与三峡库水位波动顶托的交替影响最为典型；清溪场站则位于回水区末端，其水动力特性直接受三峡大坝调度下的水位涨落支配。三站均位于变动回水区典型河段，其河道形态及泥沙输运特征有良好的代表性，因此可用于分析该区域悬移质垂线分布规律。

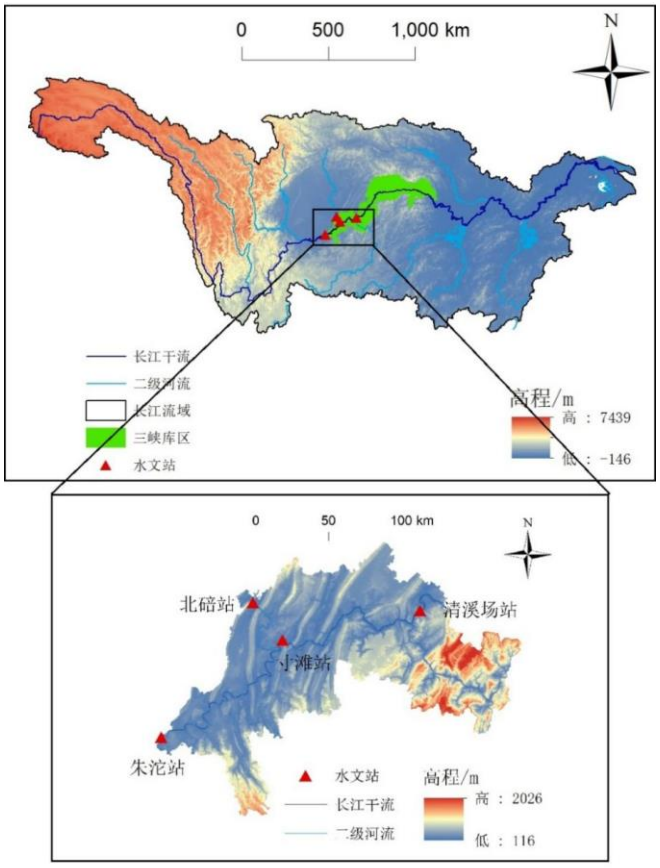

图 1　研究区域与水文站示意图

Fig. 1 Study area and locations of hydrological stations

1.2 数据来源

本研究所采用的数据来源于长江水利委员会在三峡水库蓄水运行后的常规水文泥沙观测资料。三峡水库于 2003 年开始蓄水并在 2008 年开始 175m 试验性蓄水，本文选取 2009—2020 年作为研究时段，旨在反映水库进入高水位正常运行期后的典型含沙量分布变化特征。在该时段内，长江上游干支流大型水库的相继投产对入库水沙环境产生了深刻影响，特别是 2012、2013 年向家坝和溪洛渡水电站陆续蓄水运行后，水库的拦沙效应显著改变了三峡库区的泥沙输移特性。因此，2009—2020 年的资料序列能够有效涵盖上游水沙环境重构后的多种典型工况，具有较强的代表性。在季节时段的选择上，鉴于三峡水库入库泥沙具有极强的时间集中性，汛期(6—9 月)来沙量占全年的 90.5%以上，其中 7 月和 8 月入库泥沙占全年来沙的比例较蓄水前进一步增大[18]。在非汛期阶段，研究区含沙量整体偏低，水沙变化幅度有限，难以反映悬移质垂线结构的典型差异特征。因此，本文选择 4—9 月的水沙资料作为分析的数据基础，该时段覆盖研究区汛前、汛期及汛末阶段，是变动回水区水沙条件变化较为集中的时期。

研究对象为长江重庆段三处典型水文控制站（朱沱、寸滩、清溪场），虽然三站在资料起止年份等方面存在一定差异，但均位于三峡水库变动回水区范围内，其水位过程和水动力条件均受到三峡水库调度运行的显著影响。因此，将三站资料进行综合分析，有助于从整体上解释这一区域悬移质垂线分布的主要特征。为识别该区域在长序列演变中的普适性模式，并消除不同垂线浓度水平差异对聚类结果的影

响，研究对数据进行了标准化处理，使分析更加关注垂线形态结构本身。共采集垂线实测数据 267 条，数据内容包括断面流量、水位、流速、悬移质含沙量以及粒径级配等基本水沙要素（表 1）。所有垂线数据均依照标准水文泥沙测验规范获取，在水面、0.2 倍水深、0.6 倍水深、0.8 倍水深以及近底（分别记为 0H、0.2H、0.6H、0.8H、H）布设五个测点，形成了较为系统的垂线含沙量观测数据集。

表 1　实测数据统计

Table 1 Statistics of measured data

水文站	数据年份	测量垂线数
朱沱	2009、2013、2015、2016、2017、2019	76
寸滩	2010、2011、2012、2013、2014、2016、2018	145
清溪场	2011、2015、2020	46

1.3 研究方法

从整体上看，重庆河段实测垂线含沙量分布表现出较为复杂的变化特征：在部分垂线中，含沙量随水深增加呈规律性单调分布，近似符合经典的 Rouse 型曲线；而在另一些垂线中，则出现了偏离平衡态的现象，如中层浓度偏高、近底层浓度偏低或曲线形态发生明显弯折。这表明该河段含沙量既存在接近平衡输沙条件的垂线分布特征，也存在受局部水动力和非平衡输沙过程影响的“非典型”垂线分布特征。

为客观识别不同类型的垂线分布形态，本文将每条垂线的五个测点的含沙量表示为一个五维向量：

$$x_i = (S_{i1}, S_{i2}, S_{i3}, S_{i4}, S_{i5}) \tag{1}$$

其中，S_{ij}为第i条垂线在第j个相对水深处的含沙量。

为突出垂线分布形态结构本身的差异，而避免绝对浓度水平差异的影响，对所有垂线数据进行标准化处理，使不同测点浓度处于统一量纲尺度，从而能够更有效地识别不同垂向结构特征。

在此基础上，引入 K-Means 聚类算法对所有垂线分布形态进行模式识别。K-Means 算法通过最小化簇内平方误差（Within-Cluster Sum of Squares，WCSS）实现样本分类，其目标函数为：

$$J = \sum_{k=1}^{K} \sum_{x_i \in C_k} \|x_i - \mu_k\|^2 \tag{2}$$

其中K为聚类数；C_k为第 k 个簇；μ_k为该簇的中心向量。算法通过不断更新聚类中心，使簇内样本相似性最大化、簇间差异最大化[19]，从而实现对数据结构的自动识别。

为提高聚类结果的稳定性并减少初始中心选择对结果的影响，在聚类计算中采用改进的初始化策略确定初始聚类中心，使各初始中心在特征空间中保持较大的距离间隔，从而降低随机初始化可能导致的局部最优问题。同时通过多次随机初始化重复计算，并选择簇内平方误差最小的结果作为最终聚类结果。迭代次数设为 3000 次，收敛阈值为 1×10^{-4}。聚类分析的具体步骤如下：

1.数据标准化：将所有垂线五维向量进行归一化处理；

2.聚类计算：以标准化向量为输入进行 K-Means 聚类迭代；

3.聚类数确定：综合使用轮廓系数(Silhouette Score)、Calinski-Harabasz 指数(CH 指数)和 Davies-Bouldin 指数(DB 指数)三种内部指标确定最佳聚类数。其中，轮廓系数越大表示聚类结构越清晰；CH 指数越高表明类间差异越明显；DB 指数越小则簇间分离度越大[20-22]。

研究选取经典 Rouse 公式和韩其为提出的不平衡输沙公式，分析不同悬沙浓度公式在计算重庆河段含沙量垂线分布的适用性。Rouse 公式是平衡输沙条件下的泥沙垂向分布公式[4]，尽管 Rouse 公式存在一些不足[21]，但该公式因其理论简洁性和实用性而被广泛应用了数十年。韩其为将平衡态的悬沙紊动扩散方程拓展到可以描述非平衡态的悬沙运动，并得到了不平衡输沙条件下的泥沙垂向分布公式[16, 23-24]。

经典 Rouse 公式的表达式为：

$$\frac{S}{S_b} = \left(\frac{1-\eta}{\eta}\frac{a}{1-a}\right)^{\frac{\omega}{\kappa u_*}} \tag{3}$$

韩其为公式为：

$$\frac{S}{S_b} = \left(\frac{1-\eta}{\eta}\frac{a}{1-a}\right)^{\frac{c\omega}{\kappa u_*}} \tag{4}$$

式中，ω为泥沙静水沉速；κ 为卡门系数；u_*为摩阻流速；S 为含沙量；S_b为底部含沙量，采用S_a作为近似值；a 为底部参考点相对深度（a=0.05）；η为由底部起算的相对深度，η=0 时，S=S_b；非饱和度系数$c = 1 - f\left(\frac{\bar{S}}{\overline{S^*}}\right)$，其中$\bar{S}$为垂线平均含沙量，$\overline{S^*}$为垂线挟沙能力，研究采用实测悬沙浓度拟合各垂线的非饱和系数 c，即根据实测资料建立$ln\frac{S}{S_b}$和$Zln(\frac{1-\eta}{\eta}\frac{a}{1-a})$两列数据的线性拟合线，该线的斜率即为非饱和系数 c；悬浮指标$Z = \frac{\omega}{\kappa u_*}$。

2 悬移质垂线分布模式及成因

为保证研究结果的代表性和普适性，研究将位于该河段的三个水文站长期实测数据进行汇总分析，原因在于它们的河道特性和泥沙输运机制具有高度相似性，因此适合统一的模式识别，以提取该研究区域内具有普适性的典型垂线分布特征。

对这些长期实测垂线形态进行初步观察发现，其分布特征复杂多样，除了符合 Rouse 理论的典型上稀下浓（理想型）形态外，大量样本还表现出多种偏离经典理论的形态（图 2），使得传统的公式难以准确描述，故有必要采用聚类分析方法对全部数据进行模式化处理。

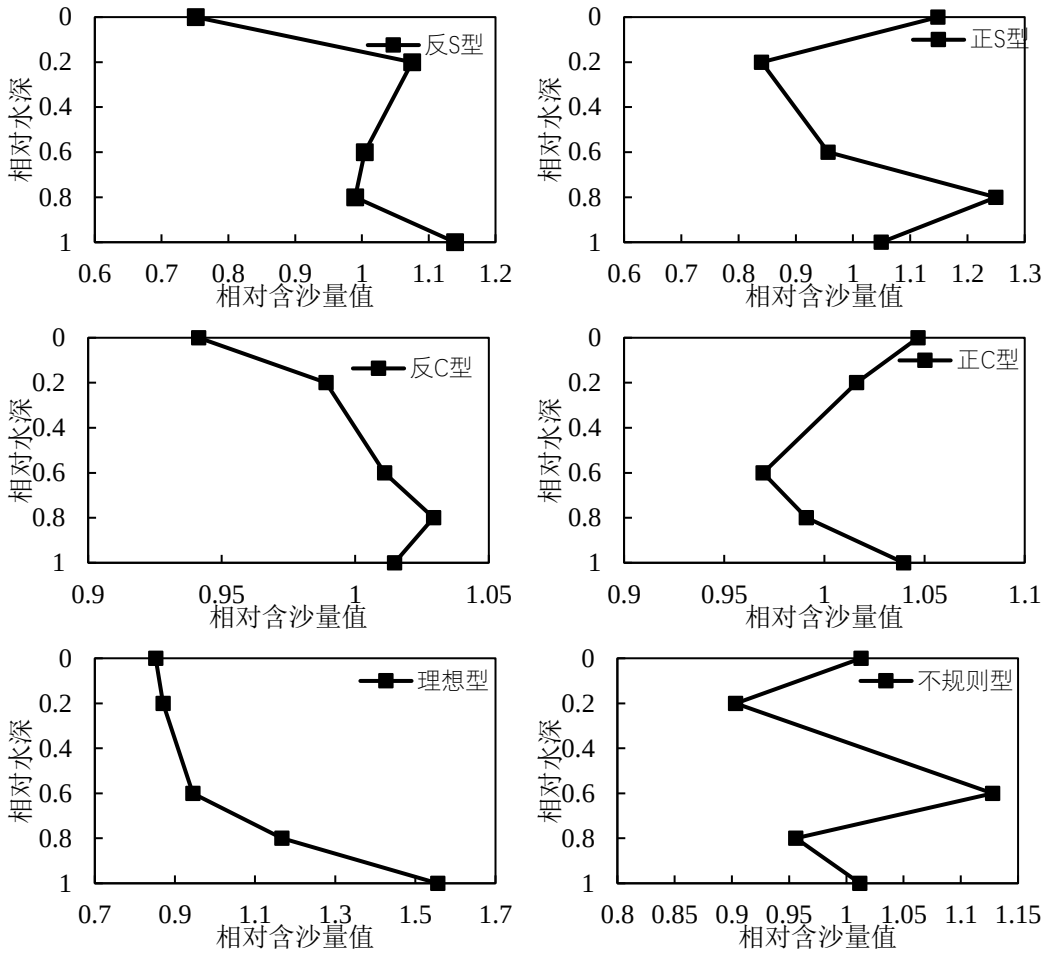

图 2　典型垂线分布图

Fig. 2 Typical Measured Vertical Suspended Sediment Concentration Profiles

2.1 聚类有效性评估

对全部 267 条悬移质垂线进行 K-Means 聚类分析后，得到了不同聚类数下的效果评估指标（图 3）。结果表明，随着聚类数 K 的增加，CH 指数整体呈上升趋势，说明不同类型间差异逐渐增强；而在 K=3 时，Silhouette 系数依然保持在较高水平（0.716），且 DB 指数也处于较低值（0.356），表明聚类结果既具备较好的类内紧凑性，又具备显著的类间分离度。综合三项指标，选择 K=3 作为最终聚类数既能保持较好的紧凑性和分离度，又能揭示不同水沙条件下的典型分布特征。因此，研究河段的悬移质垂线分布最终被划分为三种模式。

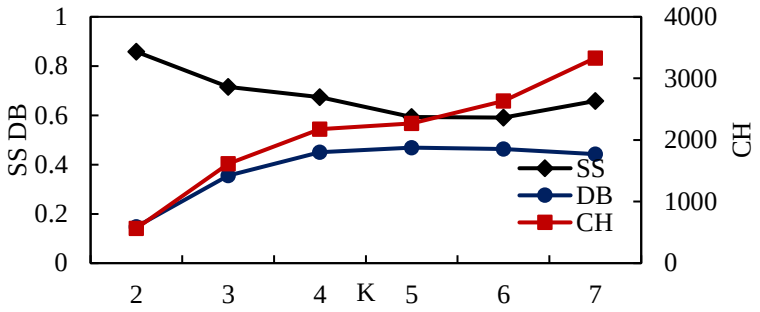

图 3　K-Means 聚类效果评估指标

Fig. 3 Evaluation metrics of K-Means clustering performance

2.2 悬移质垂线分布模式识别及时空分布特征

2.2.1 垂线分布模式识别

尽管图 2 所示的实测悬移质垂线分布形态在视觉上呈现出较为丰富的变化，但通过 K-Means 聚类分析后，研究区 267 条含沙量垂线被划分为三种典型模式。这是因为不同垂线之间的差异主要体现在浓度水平及梯度强度上，而整体的形态仍可归纳为若干基本结构。K-Means 聚类通过对五个测点浓度向量进行距离测量，将形态相似但浓度略有差异的样本自动归并到同一类别，因此最终识别出的模式数量相对较少。此外，K-Means 算法在确定聚类中心时以最小化类内差异为目标，而当某一类样本数量较少或与其它类型之间的差异不足以形成稳定簇时，算法会将其并入相似类别。因此，从统计结果看，本研究识别出的三种模式能够较好地代表研究区域悬移质垂线分布的主要结构特征。

图 4 展示了三类分布的平均曲线形态（横坐标：相对含沙量=含沙量/垂线平均含沙量），表 2 则给出了主要统计特征（其中平均含沙量是基于同一模式内所有测点含沙量数据计算得到的算术平均值，反映该模式下总体观测点的平均水平）。总体来看，三种模式在浓度水平和垂向分布梯度上存在显著差异。

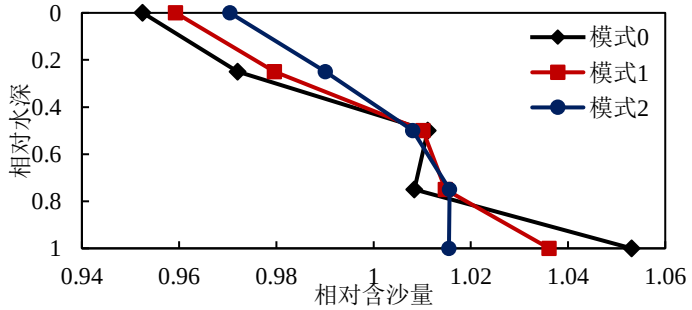

图 4　三种悬移质含沙量垂线分布模式示意图

Fig. 4 Schematic diagram of three typical vertical suspended sediment concentration distribution patterns

表 2 三种悬移质垂线分布模式特征统计（单位：kg/m³）

Table 2 Statistical characteristics of three vertical suspended sediment distribution modes

模式	命名	平均含沙量	水面含沙量	水底含沙量	浓度差	占比
0	低浓度弱梯度型	0.358	0.341	0.377	0.036	67.8%
1	中浓度强梯度型	1.965	1.885	2.036	0.151	28.8%
2	高浓度近均匀型	7.545	7.322	7.662	0.34	3.4%

根据各类别的特征，将这三种模式分别命名并解读如下：

模式 0（低浓度弱梯度型）：该模式中各测点的平均含沙量仅为 0.358kg/m³，整体浓度水平较低。垂向分布曲线相对平缓，水面与近底浓度差异很小，仅 0.036kg/m³，说明垂线含沙量随水深变化不显著。该模式在样本中占比最大（67.8%），反映了研究区在多数水沙条件下处于低浓度、垂向分布较均匀的状态。

模式 1（中浓度强梯度型）：该模式占总数的 28.8%，测点平均含沙量处于中等水平（1.965kg/m³），含沙量自水面向水底逐渐增加，是符合经典泥沙扩散理论的典型分布形态。

模式 2（高浓度近均匀型）：该模式出现频率最低（3.4%），但测点平均含沙量极高（7.545kg/m³），

垂线浓度整体较高且梯度较小，呈现近均匀的分布特征。这种高浓度条件下的近均匀结构，可能与高含沙环境中泥沙颗粒间的相互作用增强及紊流抑制效应有关。

2.2.2 研究河段悬移质含沙量垂线分布时空变化特征

根据上述结果对各站点模式分布频率进行统计（表 3）。统计结果显示，悬移质垂线分布模式在变动回水区不同河段存在显著的时空分异特征。

表 3 不同站点分布模式所占比例统计

Table 3 Proportions of different sediment distribution patterns across the three stations

站点	模式 0	模式 1	模式 2
朱沱站	44.12%	42.65%	13.24%
寸滩站	79.65%	20.35%	0
清溪场站	70.83%	29.17%	0

从空间分布来看，朱沱站三种模式均有出现，其中模式 0、1、2 占比分别为 44.12%、42.65%、13.24%。相比之下，寸滩站与清溪场站则以模式 0 为主，占比分别为 79.65%和 70.83%，且两站均未观测到模式 2。

总体而言，三峡库区变动回水区不同河段的垂线分布模式存在明显差异。从朱沱向下游到清溪场，悬移质垂线分布模式呈现出由多模式并存向低浓度弱梯度型主导演变的趋势。

综合实测资料，进一步对不同垂线分布模式在时间尺度上的变化特征进行统计。从年内分布来看（图 5），不同悬移质垂线分布模式在月份上的出现并不均匀。模式 0 在 4—9 月均有分布，其中在 8、9 月出现频次较高；模式 1 主要集中在 6—8 月；模式 2 仅出现在 7 月，且样本数量较少。总体来看，不同分布模式在年内呈现出明显的阶段性集中特征，且主汛期阶段差异最为显著。

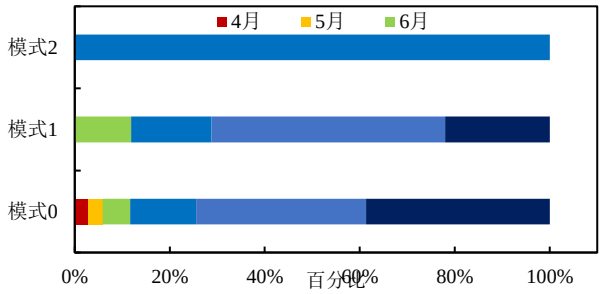

图 5 年内分布情况

Fig.5 Annual distribution of suspended sediment vertical distribution patterns

从多年尺度来看（图 6），在 2009-2020 年期间，模式 0 的出现频率显著增加，尤其是在 2014 年之后，该模式几乎成为所有测验数据的绝对主导。与此相反，代表极端输沙事件的模式 2 在整个数据集中出现频率极低，仅在 2013 年有少量记录。同时，模式 1 的出现频率则呈现出波动性，主要出现在中小洪水年份及部分水沙条件相对平稳的时期。在此类水沙条件下，垂向含沙量梯度相对较弱，垂线分布整体趋于均匀。

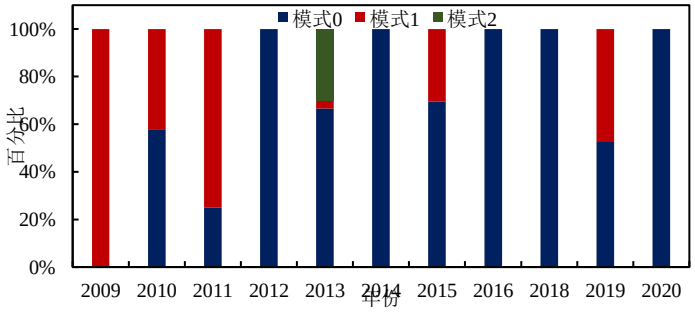

图 6 年际分布情况

Fig.6 Interannual variation of suspended sediment vertical distribution patterns

2.3 分布模式成因

2.3.1 分布模式成因分析

聚类分析表明，重庆河段的悬移质垂线分布可归纳为三种典型模式，其成因不仅与流量、水流速度、含沙量等传统水沙要素密切相关，还受到泥沙输运的不饱和程度与悬浮能力的共同控制。为揭示其动力学机制，对三种模式下的关键水沙参数、悬浮指标 Z 和非饱和度系数 C 进行了统计（表 4，其中实测垂线平均含沙量为资料中已有的各垂线平均含沙量在不同模式内的统计结果），通过小提琴图（图 7）展示各模式下关键因子的概率密度分布及波动范围。其中，小提琴图“腹部”的宽度代表样本分布的密集程度，直观反映了不同分布模式对应的动力背景差异。上述指标从水动力、颗粒特性以及输运状态三个方面揭示了各分布模式形成的动力基础。

表 4 不同分布模式对应的水沙参数统计

Tab.4 Statistical summary of hydrological and sediment parameters for different modes

模式	参数	最小值	平均值	最大值
模式 0	流量（m^3/s）	3850	20387	43800
	垂线平均流速(m/s)	0.49	2.37	3.63
	中值粒径(mm)	0.010	0.014	0.024
	悬浮指标	0.00070	0.00279	0.01018
	非饱和度系数	0.2362	13.3991	71.1097
模式 1	流量（m^3/s）	17300	31851	49700
	垂线平均流速(m/s)	0.77	2.65	4.05
	中值粒径(mm)	0.008	0.011	0.012
	悬浮指标	0.00053	0.00112	0.00209
	非饱和度系数	0.3001	13.7965	63.8768
模式 2	流量（m^3/s）	27200	27200	27200
	垂线平均流速(m/s)	0.67	2.7	3.84
	中值粒径(mm)	0.011	0.011	0.011
	悬浮指标	0.00116	0.00142	0.00236
	非饱和度系数	1.1558	4.4476	9.7509

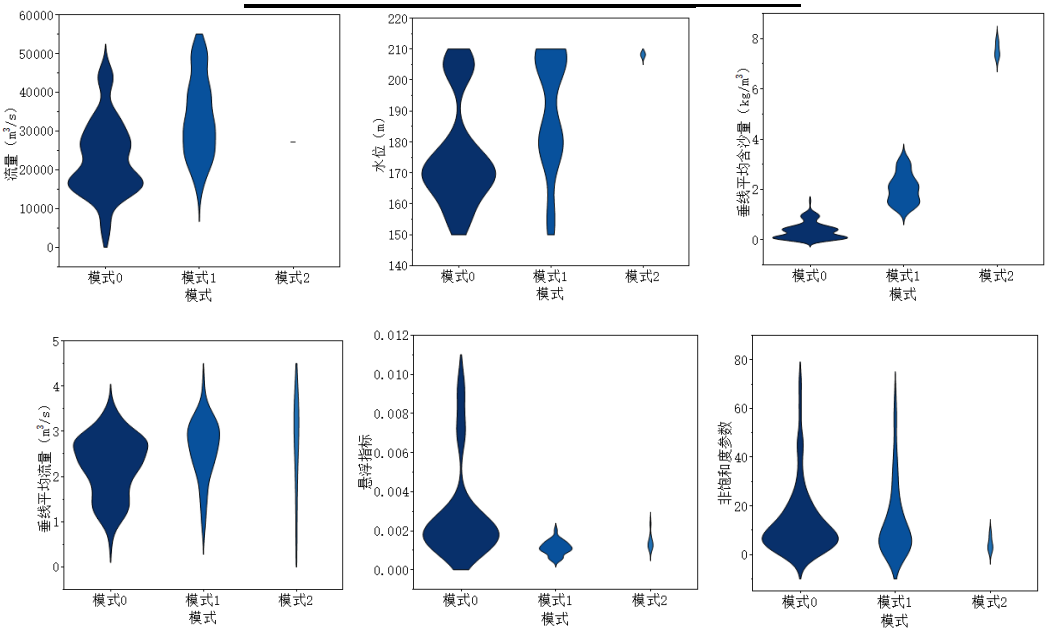

图 7 不同模式下关键水沙参数的分布特征图

Fig.7 Distribution characteristics of key hydrological and sediment parameters under different modes

模式 0 在样本中占主导地位，该模式平均流量为 20387m³/s，平均流速为 2.37m/s，但含沙量极低（平均仅 0.358kg/m³）。其悬浮指标 Z 均值为 0.00279，反映了较低的悬浮强度。然而，其非饱和度系数平均高达 13.4，表明水流处于极度不饱和输沙状态，输沙受供给侧严重限制，即水流挟沙能力远大于泥沙供应。此时，尽管流速较高产生的紊动强度足以克服细颗粒沉速，使其在垂向近似均匀混合，但由于缺乏足够的泥沙支撑浓度梯度的形成，最终呈现出近乎垂线的均匀性分布。

模式 1 主要出现在中小洪水期，其平均流量为 31851m³/s，平均含沙量为 1.965kg/m³，平均流速约 2.65m/s。悬浮指标 Z 平均值下降至 0.00112，远低于模式 0。该下降主要源于水流紊动扩散强度显著增强，而非单纯由粒径细化导致的沉速变化：随着流量规模的扩大，尽管平均流速的绝对增幅有限，但由于水深与流速的协同作用，单位面积水流功率明显提升，使得水流紊动扩散强度急剧增强，在悬浮指标公式的分母项中占据了主导地位。这表明在模式 1 中，紊动混合作用相对于重力沉降作用得到了量级上的强化，水流处于强紊动扩散与重力沉降的动态平衡区。尽管 Z 值较低时含沙量在垂线上的分布趋近于均匀，但该模式的绝对含沙量显著提高（均值为模式 0 的 5 倍以上），充足的泥沙供给提供了巨大的质量基数，使得在强大的紊动混合背景下，重力沉降作用依然能在绝对值上形成显著的垂向浓度梯度。

模式 2 出现频率极低，其样本均来自同一次高输沙过程，对应流量为 27200m³/s，尽管该流量并非研究区的历史极值，但该过程出现显著偏高的含沙量特征，平均含沙量达到 7.545kg/m³，同时垂线平均流速约为 2.7m/s。从动力学指标来看，模式 2 非饱和度系数在三种模式中最低（平均 4.4476），表明水流挟沙能力与泥沙供给已较为接近平衡；其悬浮指标 Z 平均为 0.00142，略高于模式 1，显示出在较高流速下水流仍具较强悬浮能力。上述特征共同决定了该模式下悬移质的特殊垂向分布形态。在高含沙环境下，悬移质输运机制发生显著变化。一方面，颗粒间相互作用增强，产生群体沉降效应，使有效沉速降低，从而削弱重力沉降对垂向分选的控制[7, 15]。另一方面，高含沙量流体对湍流结构具有阻尼作用，抑制湍流脉动及其垂向差异性，降低紊动扩散能力[8, 16]。在强紊动混合与高浓度效应的共同作用下，泥沙垂线分选被显著削弱，垂线含沙量分布趋于均匀型。

通过进一步分析实测资料发现，在本研究所选取的样本中，并未出现大量具有极强垂向梯度的典型 Rouse 型分布。这主要与上游梯级水库群拦沙导致的泥沙级配细化有关。受梯级水库群拦截影响，进入重庆河段的粗颗粒泥沙大幅减小，悬移质中值粒径普遍偏细（如表 4 所示）。细颗粒泥沙具有较小的重力沉速，在主汛期河段恢复天然流态时的强紊动扩散作用下，极易在垂向上充分混合。因此，即使在近底含沙量较高的输沙过程中，其垂向浓度梯度仍然相对缓和，多表现为“高浓度近均匀型”或“中浓度强梯度型”，而不易形成类似天然含粗沙河流中梯度较大的分布形态。

综上分析可知，重庆河段悬移质垂线分布模式的形成主要受水动力条件、泥沙供给状况及悬浮能力的综合控制。当水流处于强不饱和输沙状态时，泥沙供给不足，即使水流紊动较强，垂向浓度梯度仍难以形成，从而表现为低浓度弱梯度型分布。随着流量增大及泥沙供给增加，水流紊动扩散与重力沉降之间形成动态平衡，垂线含沙量逐渐表现出明显的垂向梯度特征，对应中浓度强梯度型分布。而在高含沙输沙事件中，由于颗粒间群体沉降效应及高浓度对湍流结构的阻尼作用，泥沙垂向分选过程被削弱，垂线含沙量趋于整体均匀分布，形成高浓度近均匀型。整体来看，三种分布模式反映了研究河段悬移质输运在不同水动力与泥沙供给条件下所形成的不同垂向结构特征，即由低浓度弱梯度型向具有明显垂向分层特征的强梯度型，再到高含沙条件下趋于整体均匀分布的变化过程。

2.3.2 研究河段悬移质含沙量垂线分布时空变化的驱动因素

基于上述成因分析，可进一步揭示 2.2.2 节中所观察到的时空演变特征的驱动因素。从空间上看，高浓度模式由上游向下游消失的现象与变动回水区水动力条件的变化密切相关。朱沱站位于变动回水区上段，受大坝回水顶托的影响相对较小，河道在汛期仍保持较强的天然动力特性，因此更容易出现中高浓度输沙模式。统计显示，该站模式 1 与模式 2 的总占比超过 55%，且模式 2（高浓度近均匀型）仅在朱沱断面出现（2013 年 7 月），这一现象表明朱沱站作为入库控制站，泥沙供给相对充足，在强紊动条件下极易激发高浓度输沙模式，其垂线分布特征受上游来水来沙条件的直接驱动。相比之下，寸滩与清溪场站位于变动回水区中下段，受库水位周期性调度影响明显，流速衰减、水流挟沙能力减弱，高浓度输沙模式难以维持。两断面均以模式 0（低浓度弱梯度型）为主。寸滩站由于地处演变剧烈的过渡河段，其模式 0 占比最高（接近 80%），反映了在频繁的回水波动下，水流挟沙能力频繁处于非饱和状态。清溪场站同样以模式 0 为主，其模式 1 的占比（29.17%）略高于寸滩站。模式 2（高浓度型）的缺失进一步表明变动回水区下段在常态化回水顶托下，已难以维持高浓度的泥沙悬浮态。这种空间变化反映了变动回水区水动力条件沿程减弱的特征：随着断面下移，河道过水断面积增大，流速相应减小，水流挟沙能力降低，泥沙输运逐渐转变为以不饱和输沙为主，从而使垂线含沙量分布趋于低浓度、弱梯度的均匀结构。

结合研究区域水文过程对分布模式在年内分布进行分析，4—6 月多处于汛前或初汛阶段，来水过程

逐步增强，水位开始抬升但流速尚未显著减小，悬移质垂线结构相对稳定，此阶段以模式 0 为主；进入 7—8 月主汛期后，三峡水库主要运行于防洪限制水位，变动回水区基本不受大坝回水顶托影响，河段大部恢复天然河道流态。此时水流动力条件显著增强，且上游来沙高峰显现，在强动力与高供给的共同作用下，悬移质垂线分布模式发生变化，模式 1 出现频率明显增加；至 9 月汛末阶段，随着三峡水库开始蓄水，大坝回水顶托作用逐渐向变动回水区延伸，研究河段流速显著衰减，水流挟沙能力降低，悬沙输移趋于极度不饱和状态，模式 0 再次占据主导。在年内尺度上，各分布模式的演变规律与洪水的涨落阶段及“回水状态”密切相关。在主汛期涨水段或高水段，受水库低水位运行控制，河道水力坡降增大，水流回归天然河道特性，强劲的动力条件激发了泥沙的紊动扩散，此时模式 1 占据主导。而在库水位上升期（汛末蓄水）或退水段，随着回水顶托作用增强，流速大幅衰减，水流挟沙能力骤降，悬移质输移趋于明显的不饱和状态，因此垂线含沙量分布重新以低浓度弱梯度型为主。

年际尺度上，2014 年后模式 0 成为主导，这一趋势与三峡水库运行和金沙江下游梯级水库群联合调度后，水流“清水下泄”导致河流含沙量普遍降低的宏观趋势高度吻合。模式 0 的常态化，直接反映了重庆河段泥沙供给不足，水流长期处于不饱和输沙状态的新常态。而代表高浓度的模式 2 出现频率极低，这一现象从侧面反映了上游梯级水库群对洪水期泥沙输移过程的显著调节作用，使进入重庆河段的泥沙浓度整体降低，从而改变了研究河段悬移质输运的基本水沙条件。

综上分析可知，变动回水区悬移质垂线分布模式在年内与多年尺度上均表现出明显差异。在年内尺度上，不同分布模式的出现与汛前、主汛期及汛末阶段的水库调度及水动力变化密切对应：主汛期强水动力条件下，中高浓度模式更易出现，而在汛前及汛末回水顶托增强阶段，低浓度模式则占据主导。在多年尺度上，随着三峡水库及上游梯级水库群运行的持续影响，上游泥沙输移条件发生系统性改变，研究河段悬移质垂线分布逐渐由原来的多种模式并存、高浓度事件相对频繁，系统性地转变为以低浓度型为主导的分布模式，反映了变动回水区泥沙输移环境向长期不饱和输沙状态转变的总体趋势。

3 悬沙垂线分布理论的适用性评价

在河流泥沙输运过程中，泥沙浓度与输沙率的垂向分布特征对理解输沙机制及河床演变具有关键意义。为检验理论公式在三峡水库变动回水区环境下的适用性，研究选取经典 Rouse 公式与韩其为提出的不平衡输沙公式进行对比验证。

由于三峡库区变动回水区的水动力条件具有高度的不确定性，单一指标难以全面评估理论公式的可靠性。因此，本研究分别选取垂线平均含沙量、单宽输沙率以及近底输沙率作为评价指标。其中，由于 Rouse 公式在床面附近（y=0）存在数学上的无穷大解，故在实际对比中采用底部参考点（a=0.05）的数值进行修正计算

3.1 垂线平均含沙量计算成果分析

鉴于研究重点在于悬移质含沙量的垂线分布特征，直接对完整垂线曲线进行逐点比较易受近底测量误差及局部异常值影响。相比之下，垂线平均含沙量作为垂线分布的综合表征参数，能够在一定程度上削弱局地误差对评价结果的干扰，因此本文首先以垂线平均含沙量作为公式适用性评价的基础指标。为评价不同公式在垂线平均含沙量计算中的适用性，研究采用均方根误差（RMSE）、平均绝对误差（MAE）、相对均方根误差（RRMSE）和决定系数（R^2）四个指标，对基于 Rouse 公式与不平衡输沙公式的计算结果进行了误差对比分析。总体结果及按模式分类的评价指标如表 5 所示。

表 5　Rouse 公式与不平衡输沙公式的垂线平均含沙量精度对比

Tab.5 Comparison of the calculation accuracy of vertical mean concentration between Rouse formula and non-equilibrium formula

公式	指标	总体	模式 0	模式 1	模式 2
Rouse 公式	RMSE	0.116 76	0.060 85	0.189 08	0.155 32
	MAE	0.067 2	0.039 1	0.126 2	0.128 1
	RRMSE	0.161 62	0.188 55	0.083 45	0.020 44
	R^2	99.36%	95.56%	88.09%	69.16%
不平衡输沙公式	RMSE	0.122 81	0.062 28	0.198 31	0.150 75
	MAE	0.071 0	0.039 9	0.133 4	0.125 7
	RRMSE	0.171 60	0.203 38	0.082 42	0.019 88
	R^2	99.42%	95.68%	88.17%	70.95%

从总体结果来看，两种公式的表现差异不大。Rouse 公式在 RMSE 和 MAE 方面略优，而不平衡输沙公式在决定系数 R^2上略高。这表明 Rouse 公式在绝对误差控制上更好，而不平衡输沙公式在对总体趋势的解释力方面稍强。

对于模式 0 两种公式误差均较低，R^2超过 95%，说明在低含沙量条件下，模型能够较好地捕捉含沙量分布特征；对于模式 1 误差显著增大，RMSE 超过 0.18，R^2降至 88%左右，说明在中等输沙条件下，泥沙输移过程复杂性提升，模型拟合难度增大；对于模式 2 模型性能显著下降，R^2分别为 69.16%（Rouse）和 70.95%（不平衡公式），远低于低含沙条件。这表明在高浓度输沙状态下，两种公式均难以准确反映实际过程，误差来源可能包括：（1）泥沙分层结构复杂化，垂向分布规律不再符合公式假设；（2）实测数据的不确定性和外推误差积累。

为了更加直观地展示上述规律，进一步绘制了实测值—计算值散点图（图 8）。通过散点分布与 1:1 参考线的对比说明：在低、中浓度条件下，散点分布接近 1:1 线，计算结果较为可靠；而在高浓度条件下，散点明显分散并偏离参考线，凸显了高含沙状态下模型预测精度下降的结论。

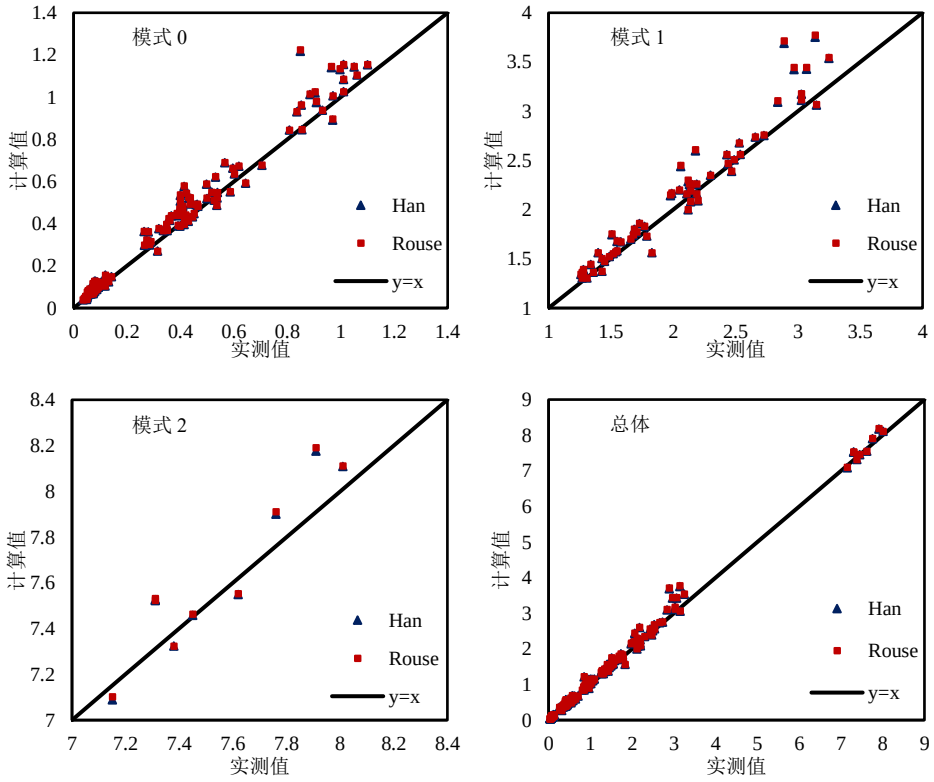

图 8 实测值—计算值对比散点图

Fig.8 Scatter plot comparing measured and calculated values

总体而言，Rouse 公式在低、中含沙条件下具有较好表现，而不平衡公式在高含沙量条件下略有优势，但两者在高含沙条件下均存在较大偏差。因此，在实际应用中需要结合工况特征选择公式，或进一步引入修正因子提高计算精度。

3.2 单宽输沙率及近底输沙率特征分析

单宽输沙率 Q_s 表示单位宽度河段上的泥沙通量，通过对垂线含沙量与流速的垂向积分计算得到，是由垂线含沙量分布与流速分布共同决定的综合量，其计算结果不仅受垂线平均含沙量影响，还高度依赖于近底区域的含沙量估计。因此，通过对单宽输沙率及近底输沙率的比较，可以进一步检验不同垂线分布公式在工程应用中的综合表现。近底输沙率 Q_{s0} 则侧重近床区泥沙输运，仅积分近底层流速与含沙量以反映低水层泥沙的贡献。积分过程中采用 PCHIP 插值对离散垂线数据进行连续化拟合，并使用 Gauss-Legendre 数值积分实现精确计算

为进一步比较 Rouse 公式、不平衡输沙公式计算值与实测值在不同水沙条件下对输沙率的刻画能力，对单宽输沙率 Q_s 及近底输沙率 Q_{s0} 的分组均值与标准差进行了统计分析（表 6）。

表 6 输沙率均值及标准差统计

Table 6 Mean and standard deviation of sediment transport rate

（a）单宽输沙率 Q_s

模式	0		1		2		总体	
方法	Rouse	不平衡	Rouse	不平衡	Rouse	不平衡	Rouse	不平衡
R^2	0.980 0	0.988 4	0.971 2	0.981 0	0.998 3	0.998 5	0.994 9	0.996 7
RMSE	3.807 7	2.898 3	10.692 8	8.690 7	8.698 3	8.088 0	6.734 4	5.448 0
MAE	1.977 4	1.382 2	6.894 0	4.857 2	6.647 8	6.401 3	3.552 7	2.553 5

（b）近底输沙率 Q_{s0}

模式	0		1		2		总体	
方法	Rouse	不平衡	Rouse	不平衡	Rouse	不平衡	Rouse	不平衡
R^2	0.826 2	0.828 5	0.496 2	0.521 9	0.432 7	0.448 2	0.818 5	0.825 0
RMSE	0.898 1	0.892 0	3.688 1	3.592 7	12.269 2	12.101 2	3.089 3	3.032 8
MAE	0.528 9	0.524 8	3.090 3	3.027 5	10.825 2	10.699 4	1.614 7	1.589 5

统计结果显示，不平衡输沙公式在单宽输沙率（Q_s）的计算中表现出了显著优于 Rouse 公式的精度和稳定性。从总体上看，不平衡公式的决定系数 R^2 高达 0.9967，均方根误差 RMSE 降至 5.45，明显优于 Rouse 公式。在不同模式分析中，不平衡公式的优势持续存在，特别是在模式 1 中，不平衡公式的 RMSE 相比 Rouse 公式降低了近 20%。这表明通过引入非饱和度系数，不平衡输沙公式能够更准确地适应变动回水区这种非平衡输沙特性，修正了传统 Rouse 公式的系统性偏差。

在近底输沙率 Q_{s0} 的计算中，无论采用 Rouse 公式还是不平衡输沙公式，其计算结果与实测值的拟合精度均低于 Q_s，反映了经典理论在床面附近紊流结构及高浓度效应下的刻画能力不足。虽然不平衡公式各项误差指标略优于 Rouse 公式，但在模式 1 和模式 2（中高浓度条件）下，两种公式的决定系数仍较低，难以精确反映复杂的近底输沙过程。

综合来看，针对单宽输沙率 Q_s，不平衡输沙公式在重庆河段具有更好的适用性，尤其在提高低、中浓度条件下的精度和稳定性方面优势显著，能够有效反映非平衡输沙的物理机制。对于近底输沙率 Q_{s0}，两种公式的预测能力均需提高，有待进一步优化。

4 结论

本文基于 2009—2020 年三峡水库变动回水区重庆河段典型断面实测资料，通过 K-Means 聚类识别悬移质垂线分布模式，并结合水动力指标与经典输沙公式计算，对悬移质垂线分布特征及其形成机制进行了系统分析，得到以下主要结论：

（1）悬移质垂线分布具有明显的模式化特征。研究河段悬移质垂线分布可归纳为三种典型模式：低浓度弱梯度型（模式 0）、中浓度强梯度型（模式 1）及高浓度近均匀型（模式 2）。其中，模式 0 占比最高（67.8%），为研究河段最主要的垂线分布形态。空间上，从朱沱至清溪场，垂线分布由多模式并存逐渐向低浓度弱梯度型主导演变；时间上，各模式在年内呈明显阶段性分布，中高浓度模式主要出现在主汛期，而多年尺度上模式 0 占比持续上升，并在 2014 年以后逐渐成为主导类型，反映出变动回水区泥沙输移环境由多模式并存向低浓度弱梯度结构演变的趋势。

（2）不同垂线分布模式主要受水动力条件、泥沙供给状况及悬浮能力的共同控制。其中，非饱和度系数反映水流挟沙能力与泥沙供给之间的匹配关系，而悬浮指标表征紊动扩散与重力沉降之间的相对强度。在泥沙供给不足的情况下，水流处于明显的不饱和状态，即使紊动扩散作用较强，也难以形成明显的垂向浓度梯度，从而表现为低浓度弱梯度型分布；当洪水过程来沙量增加时，在较强紊动扩散与充足泥沙供给共同作用下，垂线含沙量形成明显的垂向分层结构，对应中浓度强梯度型分布；在高含沙输沙条件下，颗粒群体沉降效应及紊流阻尼作用增强，使泥沙垂向分选过程减弱，从而形成高浓度近均匀型分布。

（3）悬移质垂线分布模式在空间和时间尺度上均表现出明显演变特征，其本质反映了变动回水区水动力条件及泥沙来源的变化。在空间上，变动回水区沿程水力坡降逐渐减小，回水顶托作用不断增强，导致水流挟沙能力减弱，使高浓度输沙模式在下游河段逐渐消失，垂线结构向低浓度弱梯度型演变。在

年内尺度上，主汛期强水动力条件与来沙高峰叠加，有利于形成中高浓度模式；而在汛前及汛末阶段，受库区水位变化及回水顶托影响，水流动力减弱，悬移质输运趋于不饱和状态，从而以低浓度弱梯度型为主。在多年尺度上，随着三峡水库及上游梯级水库群拦沙作用增强，“清水下泄”效应使入库泥沙供给持续减少，导致研究河段悬移质输运逐渐由相对平衡状态向长期不饱和输沙状态转变。

（4）不同垂线分布模式下经典输沙公式的适用性存在差异。在垂线平均含沙量计算方面，Rouse 公式与韩其为公式表现相近；但在单宽输沙率计算中，韩其为公式通过引入非饱和系数，有效修正了模式 0 下的系统性偏差，在整体精度和稳定性上优于 Rouse 公式。两种公式对近底高浓度区的刻画能力均显不足，这主要与床面附近泥沙浓度较高时，紊流结构受颗粒阻尼作用影响发生改变，而传统扩散理论未能充分考虑高浓度泥沙对紊流结构的反馈效应有关。

本文主要基于分类后的分布模型，对现有经典公式的适用性进行了定量评估。研究发现，虽然不平衡输沙公式在处理低浓度非平衡状态下更具优势，但在近底高浓度区及极端高含沙条件下，现有公式仍存在较大偏差。后续研究可针对以下方面进行优化完善：一是考虑变动回水区复杂流态（如回水顶托引起的非恒定流）对泥沙扩散系数的修正；二是改进近底层含沙量的计算结构，以进一步提升复杂工况下的输沙率预测精度。

5 参考文献

[1] Meade R H, Moody J A. Causes for the decline of suspended‐sediment discharge in the Mississippi River system, 1940–2007. Hydrological Processes: An International Journal, 2010, 24(1): 35-49.

[2] Guillén J, Palanques A. Sediment dynamics and hydrodynamics in the lower course of a river highly regulated by dams: the Ebro River. Sedimentology, 1992, 39(4): 567-579.

[3] ROUSE H. Modern conceptions of the mechanics of fluid turbulence. Transactions of the American Society of Civil Engineers, 1938, 102: 463-543.

[4] Tsai Shu-tang. The Theory of Similarity and the Profile of Vertical Distribution of Concentration of Sand Particles. Applied Mathematics and Mechanics, 1982, 3(5): 605-612.

蔡树棠. 相似理论和泥沙的垂直分布. 应用数学和力学, 1982, 3(5): 605-612.

[5] NIELSEN P, TEAKLE I A L. Turbulent diffusion of momentum and suspended particles: a finite-mixing-length theory. Physics of Fluids, 2004, 16(7): 2342-2348.

[6] Qian Ning, Wan ZH. Sediment Dynamics. Beijing: Science Press, 1983

钱宁，万兆惠. 泥沙运动力学[M]. 北京：科学出版社, 1983.

[7] Ni JR, Hui YJ. Various Theories of the Vertical Distribution of Suspended Sediment Concentration and Their Interrelationships. Water Resources and Hydropower Science Research, 1988(1): 83-97.

倪晋仁，惠遇甲. 悬移质浓度垂线分布的各种理论及其间关系. 水利水运科学研究, 1988(1): 83-97.

[8] Liu DY. A Study of Sediment Transport from the Equations of Turbulent Two-phase Flows-A Discussion on Diffusion Theory and Diffusion Coefficient of Sediment. Journal of Hydraulic Engineering, 1995, 26(4): 62-67.

刘大有. 从二相流方程出发研究平衡输沙：扩散理论和泥沙扩散系数的讨论. 水利学报, 1995, 26(4): 62-67.

[9] Cao ZX, Zhang XX, Xi HZ. Turbulent bursting-based concentration profiles of suspended sediment in open channel flows. Journal of Hydraulic Engineering, 1997, 28(2): 52-57.

曹志先，张效先，习和忠. 基于湍流猝发的明渠流悬沙浓度分布. 水利学报, 1997, 28(2): 52-57.

[10] Feng Q, Li RJ, Jiang SH et al. Vertical distribution of suspended sediment concentration based on mixing length of sediment-laden turbulent flow. Journal of Hohai University(Natural Sciences), 2012, 40(5): 549-554.

丰青，李瑞杰，江森汇，等. 基于含沙紊动水流掺混长度的含沙量垂线分布. 河海大学学报(自然科学版), 2012, 40(5): 549-554.

[11] Yan B, Zhang QH. Distribution of vertical suspended sediment concentration based on the finite mixing length conception. Journal of Sediment Research, 2008(1): 9-16.

严冰，张庆河. 基于有限掺混长度概念的悬沙浓度垂线分布研究. 泥沙研究, 2008(1): 9-16.

[12] Zhao SL. Zhu YL, Shao YY. Vertical distribution of sediment concentration based on log-linear velocity distribution. Journal of Hohai University(Natural Sciences), 2016, 44(1): 45-50.

赵树林，诸裕良，邵宇阳. 基于对数线性流速分布的含沙量垂线分布. 河海大学学报(自然科学版), 2016, 44(1): 45-50.

[13] VAN RIJN L C. Principles of sediment transport in rivers, estuaries and coastal seas[M]. Amsterdam: Aqua Publications, 1993.

[14] Zhang RJ. River Sediment Dynamics. Beijing: China Water&Power Press, 1998

张瑞瑾. 河流泥沙动力学[M]. 北京：中国水利水电出版社, 1998.

[15] Han QW, Chen XJ, Xue XC. On the vertical distribution of sediment concentration in non-equilibrium

transportation. Advances in Water Science, 2010, 21(4): 512-523.
韩其为, 陈绪坚, 薛晓春. 不平衡输沙含沙量垂线分布研究. 水科学进展, 2010, 21(4): 512-523.
[16] Mao HM, Liu SH, Zhou HY. Preliminary study on sediment concentration distribution in the Three Gorges reservoir. Hydro-science and Engineering, 2008, 27(2): 97-102.
毛红梅, 刘少华, 周海燕. 三峡库区泥沙分布规律初探. 水力发电学报, 2008, 27(2): 97-102.
[17] Peng W-B, Liu D-C, Liu T-H et al. Analyses on erosion and deposition characteristics of the river reach in Chongqing City. Journal of Sediment Research, 2005, (06): 46-52.
彭万兵,刘德春,刘同宦,等.重庆市主城区河段冲淤特性分析.泥沙研究, 2005, (06): 46-52.
[18] Ren Shi, Gao Yu, Lv CN et al. Sediment discharge characteristics of the Three Gorges Reservoir during flood seasons. Journal of Lake Science, 2024, 36(5): 1562-1571.
任实,高宇,吕超楠, 等. 三峡水库汛期排沙规律研究. 湖泊科学, 2024, 36(5): 1562-1571.
[19] MACQUEEN J. Some methods for classification and analysis of multivariate observations[C]// Proceedings of the 5th Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability. Berkeley: University of California Press, 1967: 281-297.
[20] ROUSSEEUW P J. Silhouettes: a graphical aid to the interpretation and validation of cluster analysis. Journal of Computational and Applied Mathematics, 1987, 20: 53-65.
[21] CALIŃSKI T, HARABASZ J. A dendrite method for cluster analysis. Communications in Statistics, 1974, 3(1): 1-27.
[22] DAVIES D L, BOULDIN D W. A cluster separation measure. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1979, PAMI-1(2): 224-227.
[23] He L, Chen D, Duan GL et al. Vertical distribution of suspended sediment based on the fractional advection-diffusion equation. Journal of Hohai University(Natural Sciences), 2018, 46(5): 418-424.
贺莉, 陈东, 段光磊, 等. 基于分数阶对流扩散方程的悬沙垂向分布. 河海大学学报(自然科学版), 2018, 46(5): 418-424.
[24] Zhao LJ, Wu,GY, Wang JY. Review and prospect of vertical distribution by non-equilibrium sediment concentration theory. Journal of Hydroelectric Engineering, 2015, 34(4): 63-69.
赵连军, 吴国英, 王嘉仪. 不平衡输沙含沙量垂线分布理论研究展望. 水力发电学报, 2015, 34(4): 63-69.