J. Lake Sci.(湖泊科学), 2026, 38(6):000-000
DOI 10.18307/2026.0652
©2026 *by Journal of Lake Sciences*

水库下游卵石夹沙河床粗化预测方法评估与改进*

冯志毅[1,2]，胡春宏[1,2]，董占地[1,2**]，邓安军[1,2]，侯燕翔[3]，裴柯雄[4]
（1. 中国水利水电科学研究院 流域水循环与水安全全国重点实验室，北京 100038）
（2. 中国水利水电科学研究院 水利部泥沙科学与北方河流治理重点实验室，北京 100048）
（3. 北京市水文总站，北京 100089）
（4. 河北省张家口水文勘测研究中心，张家口 075000）

摘要：大型水利枢纽下游卵石夹沙河床持续粗化，引起床沙级配、河道阻力、河相关系等显著变化，粗化层级配预测是泥沙运动力学领域一个基础且关键的问题。对比分析了尹学良方法、Gessler方法、许全喜方法、韩其为方法等四种代表性河床粗化计算方法在不同河床质类型和水流条件下的适用性，系统评估了传统方法的计算精度。代表性方法应用于丹江口水库、三峡水库下游天然河道及室内水槽试验时，尹学良方法预测的粗化层级配结果呈现过度粗化现象，其原因可能在于该方法假设处于临界起动粒径与最大隐蔽粒径之间粒径组的累计占比取为定值。Gessler方法的计算结果整体上细于实测粗化层级配，应用于天然河流时，均方根误差*RMSE*值和平均绝对误差*MAE*值分别为16.2%和13.0%，应用于水槽试验时分别为13.9%和6.4%，与该方法未充分考虑床面泥沙颗粒间的隐蔽—暴露作用、近床水流紊动、“水流冲刷—河床粗化”互馈机制等因素有关。许全喜方法计算得到的粗化层级配整体上较实测值粗，受床沙粗化稳定条件设置及活动层厚度取值影响较大。韩其为方法计算得到的粗化层级配与实际级配较为接近，应用于天然河流时，*RMSE*值和*MAE*值分别为6.6%和4.1%，应用于水槽试验时分别为5.5%和3.4%，而细颗粒组分占比普遍高于实测值，原因在于缺乏细颗粒填充量化方法。基于Markov泥沙转移概率矩阵和改进的活动层泥沙质量守恒方程，提出了考虑“悬移质—推移质—床沙”交换机制及床沙活动层厚度动态调整的卵石夹沙河床粗化计算方法。新方法在天然河流和水槽试验中的计算精度相较于传统方法显著提高，应用于天然河流时，*RMSE*值和*MAE*值分别为4.9%和3.3%，应用于水槽试验时分别为5.5%和2.5%，且河床冲刷深度的预测值与实测值吻合，能有效体现“水流冲刷—河床粗化”的互馈机制。
关键词：卵石夹沙河床；粗化层级配；活动层质量守恒；泥沙交换；方法比较

Evaluation and improvement of predictive methods for bed armoring in sand–gravel riverbeds downstream of reservoirs*

Feng Zhiyi[1,2], Hu Chunhong[1,2], Dong Zhandi[1,2**], Deng Anjun[1,2], Hou Yanxiang[3] & Pei Kexiong[4]
(1. State Key Laboratory of Water Cycle and Water Security, China Institute of Water Resources and Hydropower Research, Beijing 100038, P.R.China)
（2. Key Laboratory of Sediment Science and Northern River Training, Ministry of Water Resources, China Institute of Water Resources and Hydropower Research, Beijing 100048, P.R.China）

* 2026-01-25 收稿;2026-02-26 收修改稿。
国家自然科学基金项目（U2040217）和科技成果转化基金专项（SE121003A0042023）联合资助。
** 通信作者; E-mail: dongzhd@iwhr.com

（3. Beijing Hydrology Center, Beijing 100089, China）
（4. Zhangjiakou Research Center for Hydrological Survey, Zhangjiakou, Hebei 075000, China)

Abstract: Riverbed armoring in gravel-sand rivers results from complex interactions among suspended load, bed load, and bed material. These interactions form an unsteady process of scour, armoring, and exchange. Traditional prediction methods simplify the physical mechanisms and ignore sediment exchange. As a result, they have low accuracy and limited use. This study develops a new calculation method for riverbed armoring. The method fully considers sediment exchange among suspended load, bed load, and bed material to improve prediction. First, this study compares four widely used armoring models under different hydraulic and sediment conditions. The comparison clarifies the limitations of these conventional models. Then, based on sediment transport statistics and a revised mass conservation equation for the active layer, this study proposes a new method. This method couples the exchange process of suspended load, bed load, and bed material. The new method is tested with flume data and field data from the downstream reaches of the Danjiangkou Reservoir and Three Gorges Reservoir. Results show that the proposed method gives much higher accuracy than traditional methods. In natural river applications, the RMSE is 4.9%, and the MAE is 3.3%. In flume tests, the RMSE is 5.5%, and the MAE is 2.5%. This method successfully reproduces the dynamic feedback between flow scour and bed armoring. It also accurately simulates the grain size distribution of the armoring layer and the scour depth. Sensitivity analysis shows that the change in active-layer thickness and a clear definition of armoring stability are key for high-precision modeling. Based on sediment transport statistics and active-layer mass balance, the proposed method is physically consistent and reliable for predicting armoring evolution in gravel-sand rivers. It overcomes the main weaknesses of conventional models by coupling multiple sediment transport patterns and dynamic bed processes. These findings deepen the understanding of riverbed armoring and offer a useful tool for predicting channel changes after large dam operations.

Key words: sand-gravel bed; grain size distribution of armoring layer; active layer mass balance; sediment exchange; method comparison

河床粗化是河床演变过程中的普遍现象，常发生在水库清水下泄或河道枯水期泥沙补给量较少时[1-3]。美国 Glen Canyon 大坝修建后，下游床沙中值粒径由建坝前 1966 年的 0.2 mm 增大至建坝后 1999 年的 20.0 mm[4]；三峡工程运用后，下游枝城站床沙级配范围展宽，由 2003 年的 0.002-41.000 mm 粗化为 2017 年的 0.031-86.000 mm，对应的床沙中值粒径由 0.230 mm 粗化至 0.424 mm[5]；黄河下游花园口、利津等 7 个水文站汛后床沙中值粒径范围由小浪底水库运行前 1999 年的 0.044-0.105 mm 增大至运行后 2020 年的 0.107-0.201 mm，粗化了 88%-201%[6]。大型水利枢纽下游河床持续粗化，引起床沙条件、河道阻力、河相关系等显著变化[7-9]，对下游河道防洪、航运等方面产生显著影响[10-12]。

国内外学者基于不同理论基础及假设条件，提出了清水冲刷条件下卵石夹沙河床粗化层级配及河床冲刷深度的预测方法。早期方法多采用“单步”计算模式[13-15]，假设河床经历一次冲刷便粗化稳定，但由于将非恒定的河床粗化过程视为完全恒定，故忽略了“水流冲刷—河床粗化”的互馈关系，也未考虑床沙“冲刷—粗化—交换”的微观水沙运动机制，因而应用于天然河流时存在较大误差[16]。后续研究者提出了“多步”计算模式[11, 17, 18]，引入活动层沙量平衡原理，将河床粗化视为分层、逐步的冲刷过程，并允许水沙条件动态调整。相较于单步模式，多步模式在机理表述上更为合理，但存在理论假设过于简化的问题，例如活动层厚度恒定[19]、仅考虑推移质与床沙交换[17]、忽略悬移质冲淤过程[20]等。

卵石夹沙河床级配呈现显著的非均匀性[21]，泥沙交换过程尤为频繁：床沙起动、泥沙

落淤及非均匀沙隐蔽—暴露效应不断改变床面物质组成，这种高度动态的泥沙交换过程使得粗化层级配预测更加复杂和困难。值得注意的是，传统床沙粗化方法普遍忽略了床沙起悬、推移质落淤和悬移质沉降等关键泥沙冲淤过程对床沙级配变化的调控作用，且活动层厚度多设为定值，难以适配动态床面演变过程，导致传统公式预测值偏离实测结果。

准确预测卵石夹沙河床粗化过程，可为坝下游河道防洪标准修订、航道疏浚方案制定、生态流量调控等工程实践提供科学依据，同时可为水库调度方案调整提供支撑，通过合理调控下泄流量减少河床过度粗化对航运和生态的不利影响，提升水利工程的综合效益。基于此，本研究通过“代表性方法局限性评估—Markov 泥沙转移概率矩阵引入—活动层沙量守恒方程推导及活动层厚度公式计算—河床粗化稳定条件提出—新方法验证及参数敏感性讨论”的技术路线，系统开展卵石夹沙河床粗化预测方法研究：（1）选取四种代表性的床沙粗化预测方法，定量分析各家方法在不同水流条件和河床质类型下的适用性及计算精度，识别传统方法的局限性，为新方法构建提供思路；（2）基于泥沙运动统计理论，考虑“悬移质—推移质—床沙”交换机制，在计算中引入床沙起悬、推悬落淤等泥沙冲淤过程，并推导河床淤积条件下的活动层沙量守恒方程，构建能够描述不同运动形式泥沙交换过程的床沙粗化概率计算方法；（3）比较本文构建方法在不同水沙条件下的计算精度，分析、比较本文方法的适用条件及计算性能。研究成果既有助于深化对河床粗化机理的认识，也为坝下游河道粗化预测提供了更加可靠的工具。

1 研究资料及方法

1.1 资料来源及概况

本次研究收集 4 组天然实测床沙粗化资料及 6 组室内水槽试验资料，具体水沙条件见表 1。对于 4 组天然实测资料，其冲刷流量为河段造床流量，选取依据见文献[18]和文献[22]。表中，序号（1）表示丹江口水库下游黄家港—光化段的床沙粗化资料[18]；序号（2）~（4）分别表示三峡水库下游昌 14、宜 47 和宜 51 断面的床沙粗化资料[22]；序号（5）~（7）表示何文社室内水槽试验资料[23]，该试验在四川大学高速水力学国家重点实验室开展；序号（8）~（10）表示刘凯捷室内水槽试验资料[20]，该试验在天津大学泥沙实验室开展。

表 1 初始水沙条件

Tab.1 Initial water and sediment conditions

序号	断面/工况	平均水深 (m)	平均流速 (m/s)	比降 (m/m)	摩阻流速 （cm/s）	床沙粒径范围 （mm）
（1）	丹江口水库	2.840	2.64	3.510×10^{-4}	9.9	0.1~153
（2）	三峡水库—昌14	12.700	1.92	6.624×10^{-5}	9.1	0.1~64
（3）	三峡水库—宜47	16.690	2.22	6.624×10^{-5}	10.4	0.1~42
（4）	三峡水库—宜51	15.560	2.50	6.624×10^{-5}	10.1	0.1~64
（5）	何文社试验—Run6C	0.069	0.58	0.0050	5.8	0.14~20
（6）	何文社试验—Run7C	0.066	0.65	0.0055	5.9	0.14~20
（7）	何文社试验—Run8C	0.066	0.50	0.0045	5.4	0.14~20
（8）	刘凯捷试验—Run1	0.128	0.49	0.015	13.7	3~50
（9）	刘凯捷试验—Run2	0.130	0.52	0.015	13.8	3~50
（10）	刘凯捷试验—Run3	0.127	0.57	0.015	13.7	3~50

选取上述数据的原因是：（1）河床质类型涵盖卵砾石河床、卵砾石夹沙河床等，级配组成包括连续宽级配与不连续级配床沙，摩阻流速 u^*范围为 5.4 cm/s ~13.8 cm/s，表征不同的河床组成及水动力条件。（2）所选资料均不存在上游泥沙补给，与本次研究假设的清

水冲刷的上边界条件一致。（3）各数据集均包含河床粗化稳定后的床沙级配，可直观比较各方法的预测结果。

1.2 经典床沙粗化计算方法

本研究分析四种具有代表性的床沙粗化计算方法，分别为尹学良方法[14]、Gessler方法[15]、许全喜方法[19]和韩其为方法[18]。尹学良[14]是国内较早开展坝下游河床冲刷粗化研究的学者，依据永定河官厅水库下游野外观测资料分析卵石夹沙河床的粗化现象及机理，并给出对应的计算公式，是国内研究河床粗化的代表性成果；Gessler[15]假定拖曳力脉动值服从正态分布，首次提出了考虑粗化过程的卵石夹沙河床级配预测公式，具有较大的启发性；许全喜[19]建立了以泥沙分组起动概率为核心的河床冲刷多步模式，是国内较早结合活动层沙量平衡原理开展河床粗化分析的研究成果，后续相关研究成果也多基于该方法的推导思路；韩其为[18]引入冲刷百分数概念，构建床沙分层多步冲刷计算模式，以推移质无因次输沙率和粗化层最小粗化粒径起动流速作为河床粗化稳定判据，是国内较早系统考虑非均匀沙交换的代表性方法。

1.3 精度指标

研究过程涉及不同方法计算精度的比较，故需引入精度量化指标。选择均方根误差 *RMSE* 作为核心精度指标，因其能有效反映预测值与实测值的整体偏离程度，对较大误差更为敏感，适合床沙级配连续型数据的精度量化；同时补充平均绝对误差 *MAE* 作为辅助指标，*MAE* 对异常值的敏感性低于 *RMSE*，可与 *RMSE* 相互印证，全面反映方法的预测性能。

$$RMSE=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{K}\left(PC_{1.i}-PM_{1.i}\right)^{2}}{K}} \tag{1}$$

$$MAE=\frac{1}{K}\sum_{i=1}^{K}\left|PC_{1,i}-PM_{1,i}\right| \tag{2}$$

式中，$PC_{1.i}$ 表示小于 i 粒径组的床沙累积占比的计算值，$PM_{1.i}$ 表示对应的实测值，K 表示泥沙粒径的分组数。

2 经典方法验证与分析

2.1 实测资料验证

采用上述四种方法计算天然河流的河床粗化情况，结果如图1所示。结果表明：

（1）尹学良方法计算得到的粗化层级配与实测值存在较大误差。图1-a和图1-d中卵砾石范围（2 mm~100 mm）的计算结果为固定值35%，未呈现出实测粗化层级配累计占比逐渐增大的趋势，这是由于该方法假定卵石夹沙河床的粗化层级配曲线应呈现“凳子”形状，因此将$D_B<D<D_r$范围内的泥沙累计占比取为固定值35%（D为泥沙粒径，D_r为临界起动粒径，D_B为受粗颗粒隐蔽作用的最大粒径），其中35%是根据永定河的实测粗化资料分析确定的经验值。此外，尹方法应用于昌14断面和宜47断面时，出现D_r小于D_B的情况，导致无法得到计算结果，这是由于该方法假设粒径D_B与初始床沙级配的D_{65}呈正相关，当初始床沙级配较粗时，粒径D_B往往达到20 mm（图1-b和图1-c中，粒径D_B分别为22.9 mm和17.7 mm），达到了卵石的粒径范围，其作为受隐蔽作用的最大粒径的合理性需进一步探讨。

（2）Gessler方法计算得到的粗化层级配整体上细于实测粗化层级配，且显著高估了细颗粒组分的含量。在图1-a、图1-c和图1-d中，Gessler方法计算的粗化层级配在各粒径区间的预测值均比实测值偏大。Gessler在推导不动概率表达式时，未充分考虑床面泥沙起动时的复杂因素，如颗粒间的隐蔽—暴露作用、床面紊动等，且忽视了水流冲刷与河床粗化的制约关系，导致该方法应用在天然河流时计算精度相对较低。

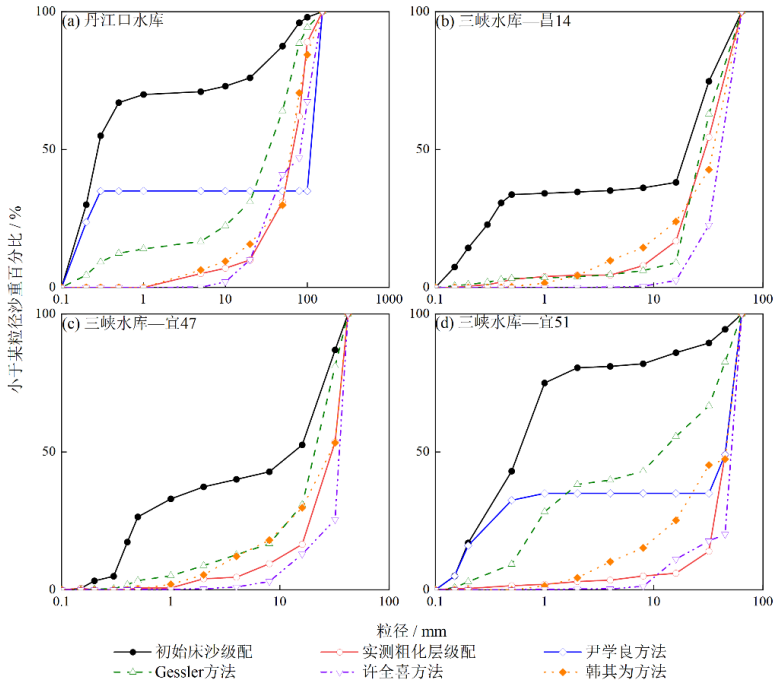


图 1 经典方法计算结果（天然河流）

Fig.1 Calculation results by classical methods (natural rivers)

（3）许全喜方法计算得到的粗化层级配整体上较实测值粗，表明采用该方法进行计算时，结果呈现河床过度冲刷的现象，其原因可能在于床沙粗化稳定条件的设置过于苛刻。许全喜假设各分组粒径泥沙的起动概率均小于1%~2%时计算终止，然而该方法应用在昌14断面时，最小分组粒径的起动概率最终稳定在7.7%，使得循环无法收敛，将此时床沙级配视为粗化层级配（图1-b），与实测的粗化层级配相比仍较粗。此外，该方法假设活动层厚度取粗化层级配D_{95}，导致活动层厚度随着河床粗化不断增大，从而增加了循环步数，可能也是导致计算结果无法收敛的原因。

（4）韩其为方法计算得到的粗化层级配整体上与实测粗化层级配曲线吻合，应用于丹江口水库下游河床粗化计算时，计算的粗化层级配与实测级配趋势基本一致，但计算河床冲刷深度为1.67 m，相较于实际值2.52 m偏小。应用于三峡水库下游计算时，计算的粗化层级配与实际值产生了较大的误差，在2 mm<D<32 mm范围内的计算值显著大于实测值。这是由于在考虑细颗粒填充时，针对细颗粒填充的具体粒径大小缺乏确定性量化方法，仅依据初始床沙级配最大粒径D_{max}来笼统确定细颗粒填充组分[24]，存在较大的随机性。

表 2 展示了各方法计算结果的 *RMSE* 值和 *MAE* 值，以及河床冲刷深度的计算值ΔH。由于尹学良方法在部分算例中无法得到计算结果，且 Gessler 方法无法计算河床冲刷深度，因此表中只展示了许全喜方法和韩其为方法的计算结果。由表可看出，在粗化层级配预测方面，Gessler 方法计算结果的 *RMSE* 平均值为 16.2%，*MAE* 平均值为 13.0%；许全喜方法 *RMSE* 平均值为 9.7%，*MAE* 平均值为 5.4%；韩其为方法 *RMSE* 平均值为 6.6%，*MAE* 平均值为 4.1%，韩其为方法应用于天然河流粗化层级配预测时，计算精度相对较高。在河床冲刷深度预测方面，许全喜方法和韩其为方法计算结果均与实际值存在较大误差。整体看来，经典方法应用于天然实测河流时，在粗化层级配及河床冲刷深度等方面均存在较大的计算误差。

表 2 经典方法计算精度（天然河流）

Tab.2 Calculation accuracy of classical methods (natural rivers)

断面位置	*RMSE* / %			*MAE* / %			Δ*H* / m		
	Gessler 方法	许全喜方法	韩其为方法	Gessler 方法	许全喜方法	韩其为方法	实际值	许全喜方法	韩其为方法
丹江口水库	17.6	9.2	3.7	15.3	5.6	2.4	2.52	2.18	1.67
三峡水库—昌 14	3.6	11.1	5.0	2.1	6.6	3.6	/	/	
三峡水库—宜 47	10.1	8.9	5.3	6.5	4.3	3.0	2.15	6.38	4.90
三峡水库—宜 51	33.4	9.5	12.2	28.2	5.2	7.3	2.10	6.86	6.00

2.2 水槽试验资料验证

将经典方法应用于水槽试验时的计算结果如图2所示。尹学良方法在计算过程中仍出现临界起动粒径D_r小于特征粒径D_B的情况，因此仅在图2-a和图2-c中展示了该方法的计算结果。

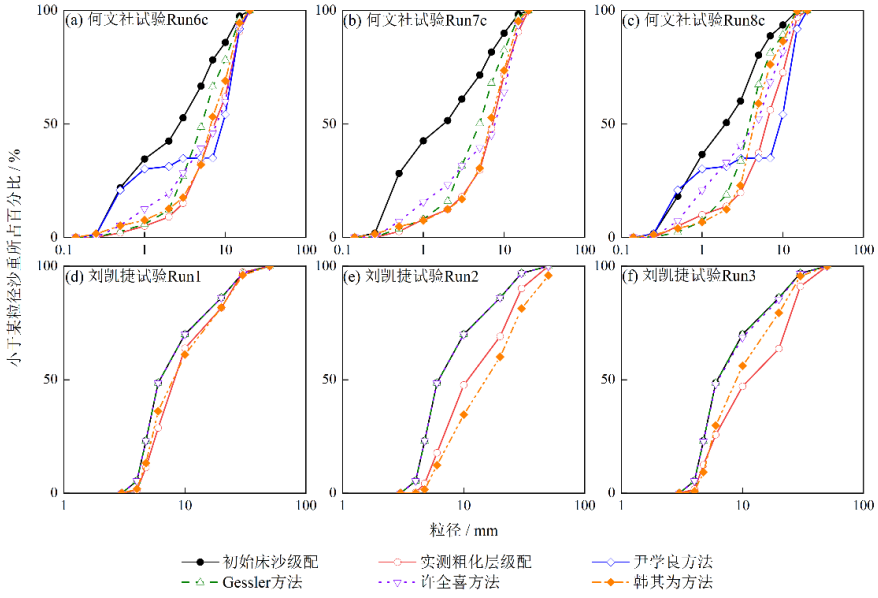


图 2 经典方法计算结果（水槽试验）

Fig.2 Calculation results by classical methods (flume experiments)

由图2可看出，经典方法应用于室内水槽试验时，计算得到的粗化层级配与实测级配存在较大偏差，计算结果较实测级配偏细。各方法计算得到的粗化层级配十分接近，这是由于试验工况的初始水流强度较弱，因此河床稳定条件相对容易满足，床沙经历少次冲刷后便达到平衡，故“单步模式”与“多步模式”计算结果十分接近。

表3展示了经典方法应用于水槽试验时计算结果的*RMSE*值和*MAE*值。Gessler方法*RMSE*平均值为13.9%，*MAE*平均值为6.4%；许全喜方法*RMSE*平均值为12.1%，*MAE*平均值为6.3%；韩其为方法*RMSE*平均值为5.5%，*MAE*平均值为3.4%。综合来看，经典方法应用于天然河流及水槽试验时，韩其为方法预测粗化层级配时计算精度相对较高，但河床冲刷

深度预测值与实际值偏差较大。

表 3 经典方法计算精度（水槽试验）

Tab.3 Calculation accuracy of classical methods (flume experiments)

资料来源	工况	*RMSE* / %			*MAE* / %		
		Gessler 方法	许全喜方法	韩其为方法	Gessler 方法	许全喜方法	韩其为方法
何文社水槽试验	Run 6c	10.8	6.8	3.7	8.1	5.3	3.3
	Run 7c	11.5	7.9	2.5	8.5	6.7	1.9
	Run 8c	15.2	12.4	8.0	11.1	10.3	7.6
刘凯捷水槽试验	Run 1	10.1	10.1	3.3	2.8	7.8	2.3
	Run 2	19.0	19.0	9.3	4.1	4.1	2.7
	Run 3	16.9	16.2	6.4	3.8	3.8	2.5

通过对各方法计算结果的分析，表明构建“水流冲刷—河床粗化”互馈机制、设置合理的河床粗化稳定条件、考虑非均匀沙隐蔽—暴露作用，是提高河床粗化方法预测精度的有效手段。此外，对于宽级配河床及沙质含量较大的卵砾石夹沙河床，悬移质的起悬、沉降过程同样不可忽视，而传统方法对悬移质在河床粗化过程中的关注并不充分，因此考虑“悬移质—推移质—床沙”的交换机制，既有助于从物理机制上阐释宽级配河床的粗化机理，也可能对方法的预测精度的提高做出贡献。

3 方法改进与验证

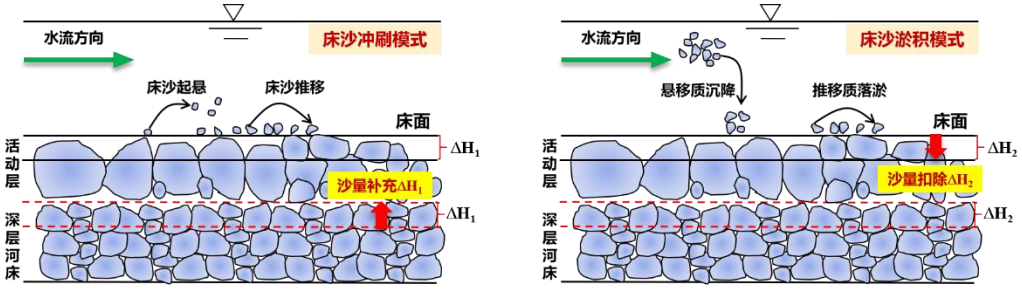
3.1 泥沙转移概率矩阵引入及方法改进

考虑到传统河床粗化计算方法的局限性，本研究构建了一套考虑“悬移质—推移质—床沙”交换机制的预测方法。其中，针对泥沙运动统计理论中的核心——泥沙转移概率矩阵，诸多学者对其表达形式与计算方法开展了深入研究，然而也存在一些有待商榷的假设。例如，假设悬移质转化为床沙的转移概率近似为0[25]、床沙转化为悬移质的转移概率为0[38]、推移质转化为悬移质的概率与泥沙起悬概率相等[25]等。实际上，床沙起悬时细颗粒泥沙受到黏着力与薄膜水附加压力[27]，且随着河床粗化，水动力条件逐渐减弱，已经起动输移的泥沙可能转化为静止床沙，因此上述假设并不完全符合泥沙交换的实际物理过程。相比之下，韩其为[18, 24]在研究该问题时，着重考虑了床面细颗粒泥沙的起动条件，认为处于静止状态的细颗粒悬浮时，还要额外克服薄膜水附加压力和黏着力，因此其起悬条件相较于运动颗粒的起悬条件更加苛刻，在此基础上构建了泥沙转移概率矩阵的具体表达式(3)。考虑到韩其为泥沙交换理论的系统性，本研究以式(3)表示的Markov泥沙转移概率矩阵为基础开展后续研究。

$$P_i^{(n)}=\begin{bmatrix}P_{11} & P_{12} & P_{13}\\ P_{21} & P_{22} & P_{23}\\ P_{31} & P_{32} & P_{33}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}(1-\varepsilon_{1,i}^{(n)})(1-\beta_i^{(n)}) & \varepsilon_{1,i}^{(n)}(1-\beta_i^{(n)}) & \beta_i^{(n)}\\ (1-\varepsilon_{0,i}^{(n)})(1-\varepsilon_{4,i}^{(n)}) & \varepsilon_{0,i}^{(n)}(1-\varepsilon_{4,i}^{(n)}) & \varepsilon_{4,i}^{(n)}\\ (1-\varepsilon_{0,i}^{(n)})(1-\varepsilon_{4,i}^{(n)}) & \varepsilon_{0,i}^{(n)}(1-\varepsilon_{4,i}^{(n)}) & \varepsilon_{4,i}^{(n)}\end{bmatrix} \tag{3}$$

式中，i 表示粒径组；P 表示泥沙状态转移概率矩阵；$P_{jk}^{(n)}$ 表示状态 j 至状态 k 的转移概率（j,k=1,2,3），下标 1、2、3 分别代表床沙、推移质和悬移质；ε_0 表示泥沙不止动概率；ε_1 表示泥沙起动概率；ε_4 表示泥沙悬浮概率；β 表示泥沙起悬概率。各参数具体计算方法见文献[18]。

活动层沙量平衡指在活动层厚度内，当表层床沙冲刷后，下层补充相同厚度的原始床沙（图 3-a），以反映“水流冲刷—河床粗化”的制约关系。基于笔者已有的研究成果[28, 29]，给出河床冲刷条件下考虑“悬移质—推移质—床沙”交换机制的河床粗化概率计算方法，见式(4)。



（a） 河床冲刷条件下活动层沙量守恒　　（b） 河床淤积条件下活动层沙量守恒

图 3 活动层沙量守恒示意

Fig.3 Schematic diagram of sand conservation in the active layer

$$P_{ai}^{(n)} = P_{ai}^{(n-1)} - P_{ai}^{(n-1)}[P_{12i}^{(n-1)} + P_{13i}^{(n-1)}] + m[P_{bi}^{(n-1)}P_{21i}^{(n-1)} + P_{si}^{(n-1)}P_{31i}^{(n-1)}] + P_{ai}^{(0)}\left[(\sum_{i=1}^{\max} P_{ai}^{n-1}P_{12i}^{n-1} + \sum_{i=1}^{\max} P_{ai}^{n-1}P_{13i}^{n-1}) - m\left(\sum_{i=1}^{\max} P_{bi}^{n-1}P_{21i}^{n-1} + \sum_{i=1}^{\max} P_{si}^{n-1}P_{31i}^{n-1}\right)\right] \tag{4}$$

式中，$P_{ai}^{(n)}$表示第（n）步床沙级配；m 为淤积层厚度参数，表征淤积过程中表层床沙与淤积泥沙的厚度配比系数，取 m=1.0；$P_{bi}^{(n)}$和 $P_{si}^{(n)}$分别表示推移质和悬移质级配。

然而，上述活动层沙量平衡原理仅考虑河床冲刷情况。本次研究重点聚焦于推移质落淤及悬移质沉降过程，因此也可能出现河床淤积的情况（图 3-b），故对活动层沙量平衡概念做进一步拓展：河床淤积条件下，每次计算开始前表层床沙扣除相同厚度冲刷前的床沙级配。结合笔者已有的研究成果[29]，河床淤积条件下的活动层质量守恒方程可表示为：

$$P_{ai}^{(n)} = P_{ai}^{(n-1)} - P_{ai}^{(n-1)}[P_{12i}^{(n-1)} + P_{13i}^{(n-1)}] + m[P_{bi}^{(n-1)}P_{21i}^{(n-1)} + P_{si}^{(n-1)}P_{31i}^{(n-1)}] + P_{ai}^{(n-1)}\left[(\sum_{i=1}^{\max} P_{ai}^{n-1}P_{12i}^{n-1} + \sum_{i=1}^{\max} P_{ai}^{n-1}P_{13i}^{n-1}) - m\left(\sum_{i=1}^{\max} P_{bi}^{n-1}P_{21i}^{n-1} + \sum_{i=1}^{\max} P_{si}^{n-1}P_{31i}^{n-1}\right)\right] \tag{5}$$

式中，右式第二项表示床沙滚动和起悬沙量，第三项表示推移质落淤和悬移质沉降沙量，第四项表示床沙补充量。其中，根据文献[29]，泥沙冲刷厚度 ΔH_1^{n-1} 和淤积厚度 ΔH_2^{n-1} 可分别表示为：

$$\Delta H_1^{(n-1)} = E^{(n-1)}(\sum_{i=1}^{\max} P_{ai}^{(n-1)}P_{12i}^{(n-1)} + \sum_{i=1}^{\max} P_{ai}^{(n-1)}P_{13i}^{(n-1)}) \tag{6}$$

$$\Delta H_2^{(n-1)} = mE^{(n-1)}(\sum_{i=1}^{\max} P_{bi}^{(n-1)}P_{21i}^{(n-1)} + \sum_{i=1}^{\max} P_{si}^{(n-1)}P_{31i}^{(n-1)}) \tag{7}$$

床沙冲刷厚度计算公式(6)基于水动力条件与泥沙起动条件的平衡关系，表征单位时间内单位面积床沙被冲刷的垂直厚度；床沙淤积厚度计算公式(7)考虑了推移质落淤速率与悬移质沉降速率的综合作用，表征单位时间内泥沙在单位面积床面的淤积厚度，两式共同反映了床面高程的动态变化过程。式中，E 为活动层厚度。传统方法在计算过程中常将活动层厚度视为定值[17]，因而忽略了活动层厚度与水沙条件的动态关系。本次研究考虑了 E 在河床粗化过程中的动态变化[30]：

$$E^{(n)} = \frac{nD_r^{(n)}}{\sum P_{ai}^{(n-1)}} \tag{8}$$

式中，n 表示活动层厚度系数，经过三峡水库 2000—2010 年宜昌至枝城河段资料率定，n=11.0[29]；D_r 表示临界起动粒径。

对于河床粗化稳定条件，根据泥沙冲刷厚度 ΔH_1^{n-1} 与淤积厚度 ΔH_2^{n-1} 的物理意义，可定义为：

$$\left|\Delta H_1^{(n)} - \Delta H_2^{(n)}\right| \le \eta \tag{9}$$

上式表明当某一次循环过程中 ΔH_1^{n-1} 与 ΔH_2^{n-1} 的差值 η 足够小时，认为粗化稳定，从而避免了以往研究取输沙率[20]或输沙强度[17]的某一量值而产生的随机误差。

综上，式(4)及式(5)即本文提出的考虑床沙起悬、推悬落淤等泥沙冲淤过程的河床粗化概率计算方法，计算流程为：① 根据初始水流条件和床沙级配，由式（3）计算泥沙转移概率矩阵 $P_{ij}^{(n-1)}$；② 由式(8)计算当前水沙条件下的活动层厚度 $E^{(n-1)}$；③ 由式(6)和式(7)分别计算本次河床粗化过程的床沙冲刷厚度 $\Delta H_1^{(n-1)}$ 和床沙淤积厚度 $\Delta H_2^{(n-1)}$；④ 由式(9)判断是否满足河床粗化稳定条件：若满足条件，跳出循环，输出式(4)或式(5)计算得到的床沙级配，作为最终的粗化层级配；若不满足条件，将此时的水动力条件和床沙级配作为下一次循环的初始水沙条件，进行新的循环，直至满足式(9)。

3.2 方法验证

采用本文构建方法对1.1节资料进行验证，结果如图4所示。

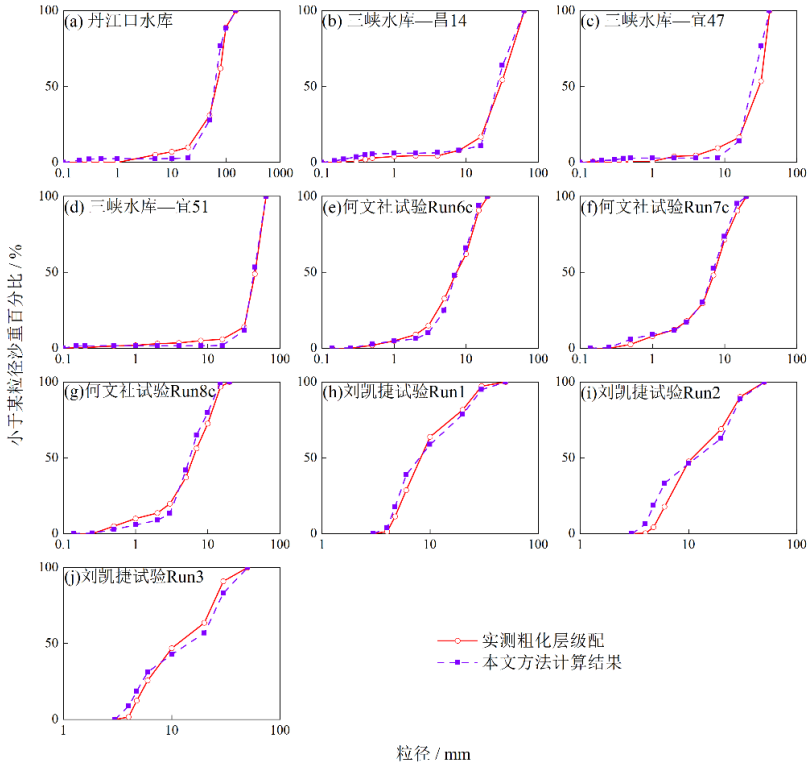


图 4 本文方法计算结果

Fig.4 Calculation results of the method constructed in this paper

由图 4 可看出，本文构建方法应用于天然河流（图 4-a ~ 图 4-d）时，计算得到的粗化层级配结果与实测粗化层级配曲线趋势一致，准确反映了实际粗化层泥沙级配的组成情况。其中，4 组条件下的 *RMSE* 值分别为 5.7%、3.8%、7.4%和 2.5%，*MAE* 值分别为 4.1%、2.9%、4.1%和 2.0%，相较于传统床沙粗化方法的计算精度有了显著的提升。

此外，本文构建方法计算得到图 4-a、图 4-c 和图 4-d 河床冲刷深度分别为 3.13 m、1.89 m 和 1.89 m，接近于实际值 2.52 m、2.15 m 和 2.10 m（昌 14 断面由于存在人工护底，因此河床冲刷深度为 0），表明本文提出的床沙粗化稳定条件式(9)是合理的（本次研究取 η=10^{-4}，讨论部分针对不同 η值对计算结果的影响作进一步分析）。

表 4 本文方法计算精度

Table 4 Calculation accuracy of the method constructed in this paper

序号	断面/工况	*RMSE* / %	*MAE* /%	实际冲刷深度 / m	计算冲刷深度 / m
（1）	丹江口水库	5.7	4.1	2.52	3.13
（2）	三峡水库—昌14	3.8	2.9	/	/
（3）	三峡水库—宜47	7.4	4.1	2.15	1.89
（4）	三峡水库—宜51	2.5	2.0	2.10	1.89
（5）	何文社试验—Run6C	3.6	1.6	/	/
（6）	何文社试验—Run7C	2.6	1.4	/	/
（7）	何文社试验—Run8C	5.2	2.1	/	/
（8）	刘凯捷试验—Run1	5.6	4.9	/	/
（9）	刘凯捷试验—Run2	9.3	2.7	0.013	0.009
（10）	刘凯捷试验—Run3	6.4	2.5	0.027	0.023

此外，表4展示了本文构建方法应用于水槽试验时的计算结果。结果表明本文构建方法在不同试验工况下的预测性能均较好，*RMSE*平均值和*MAE*平均值分别为5.5%和2.5%，甚至对于水槽实验中河床冲刷深度的预测也较为准确。然而，部分工况（如图4-g、图4-i等）细颗粒范围的计算结果，与实际粗化层级配出现了明显的偏差，推测主要受到两方面的影响。（1）粗化层取样方法及取样厚度：取样方式和取样厚度的选择会对粗化层级配产生显著影响[17, 31]；（2）细颗粒易受到粗颗粒隐蔽作用的影响，而本文采用的泥沙起动概率、起悬概率表达式中，并未显式包含隐蔽—暴露参数、河床结构等因素，可能也导致了细颗粒组分预测的偏差。但整体看来，模型计算结果能够有效再现粗化层中各泥沙粒径的组分特征。

以*D*=2 mm作为粗、细泥沙颗粒的分界粒径，统计了本文方法应用于天然河流和水槽试验时计算得到的*MAE*值中粗、细颗粒占比对计算误差的贡献：*D*<2 mm细颗粒组分的误差贡献为16.7%~46.2%，*D*≥2 mm细颗粒组分的误差贡献为53.8%~83.3%，结果表明本文方法预测结果的误差主要来源于粗颗粒组分。

以上分析表明在研究宽级配床沙粗化问题时，考虑床沙起悬和推移质、悬移质的落淤过程是必要的，全面反映“悬移质—推移质—床沙”交换机制的河床粗化计算模型，物理机

制更加完善，可显著提高卵石夹沙河床粗化的预测精度。

4 讨论

本研究基于泥沙运动统计理论，引入非周期不可约 Markov 泥沙转移概率矩阵式(3)，考虑床面层“悬移质—推移质—床沙”交换机制，构建了能够描述不同运动形式泥沙转化过程的床沙粗化计算方法。尽管本文构建方法应用于天然河流及室内水槽试验时都有令人满意的计算精度，但研究过程中涉及到的理论假设与物理简化条件仍需进一步讨论。

4.1 活动层厚度

本次研究着重考虑了河床粗化过程中活动层厚度 E 动态变化的物理过程，从而引入了式(8)。以往研究大多将活动层厚度视为常数，这可能使计算结果产生较大偏差。例如，采取孙志林等[17]的假设，将活动层厚度 E 取为初始床沙最大粒径 D_{max}，并在计算过程中保持不变。将本文构建方法应用于丹江口水库下游和三峡水库下游时，计算结果如图 5 所示。

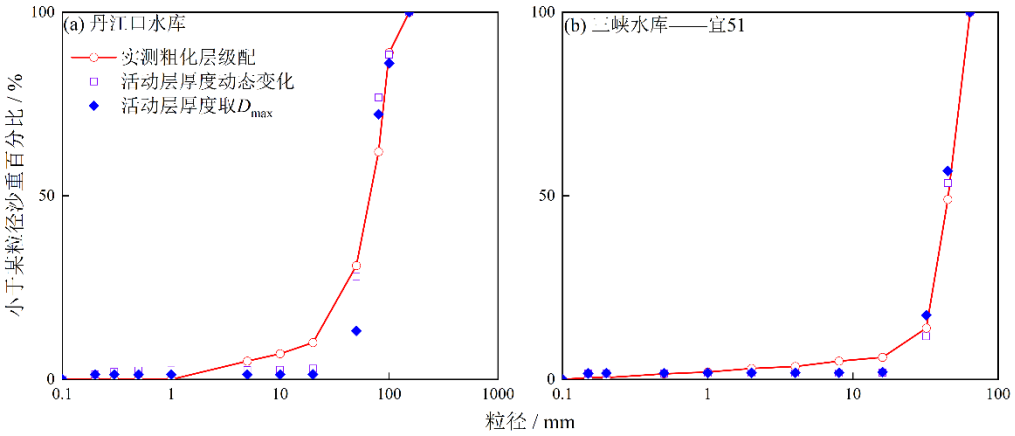


图 5 活动层厚度对计算结果的影响

Fig.5 Influence of active layer thickness on calculation results

由图 5 可看出，将床沙活动层厚度 E 视为常数后，计算得到的粗化层级配与实际值出现一定幅度的偏差。在图 5-a 中，当 d<20 mm 时，计算得到的粗化层级配比实测级配更粗，当 d>20 mm 时，计算的粗化层级配比实测级配更细。因此，若将活动层厚度 E 视为常数，计算得到的粗化层级配趋势将显著偏离实测值。

此外，将活动层厚度 E 视为恒定值后，图 5-a 和图 5-b 计算得到的河床冲刷深度分别为 0.45 m 和 0.44 m，明显小于实际值 2.52 m 和 1.89 m。这是因为假设活动层厚度 E 为常数，相当于增大了每一步计算过程中的活动层厚度，使粗化过程变得更加容易，计算终止条件会更早地满足，因此得到的计算值会小于实际冲刷深度。图 5 结果进一步证明了在河床粗化预测过程中考虑活动层厚度动态变化的必要性。

4.2 河床粗化稳定条件

本次研究定义 $\left|\Delta H_1^{(n)}-\Delta H_2^{(n)}\right|\le\eta$ 为床沙粗化稳定条件，并取 η=10^{-4}。实际上，不同 η 值对计算结果也有着显著的影响。表 5 展示了不同 η 取值条件下（10^{-3}、10^{-4} 和 10^{-5}）三峡水库下游宜 51 断面河床粗化的计算结果。

由表可看出，当 η 经历 10^{-3}~10^{-4}~10^{-5} 的变化时，特征粒径的预测值更加接近于实测值，且河床冲刷深度也经历了 1.80 m—1.89 m—1.96 m 的变化，更接近实测冲刷深度 2.10 m。然而，计算精度虽有提升，但提升幅度较小，且会大量增加计算程序循环次数。综合来看，η=10^{-4} 能够作为判断河床粗化稳定的合理判据。

表 5 不同η值对计算结果的影响

Table 5 Influence of different η values on the calculation results

特征粒径	实际值 / mm	计算值 / mm		
		$\eta=10^{-3}$	$\eta=10^{-4}$	$\eta=10^{-5}$
D_{35}	39.8	35.1	39.3	41.5
D_{50}	45.4	40.7	43.9	46.1
D_{84}	58.0	56.1	57.5	58.3

4.3 考虑上游来沙补给条件下的方法拓展

本研究重点关注上游来沙补给显著受限或接近零供沙的情形。然而，已有研究亦强调上游来沙对河床粗化过程的重要影响[32, 33]。考虑到来沙条件是河床粗化过程中不可忽视的边界条件，也是河床级配预测模型的重要控制参数，未来可从边界条件与泥沙质量守恒两个方面考虑来沙条件对河床粗化的影响：

（1）在泥沙转移概率矩阵中考虑“外源泥沙输入”的影响，例如引入来沙影响系数ξ[34]，用于修正泥沙转移概率：

$$P_i^{(n)}=\begin{bmatrix}(1-\varepsilon_{1,i}^{(n)})(1-\xi\beta_i^{(n)}) & \varepsilon_{1,i}^{(n)}(1-\xi\beta_i^{(n)}) & \xi\beta_i^{(n)}\\ (1-\varepsilon_{0,i}^{(n)})(1-\xi\varepsilon_{4,i}^{(n)}) & \varepsilon_{0,i}^{(n)}(1-\xi\varepsilon_{4,i}^{(n)}) & \xi\varepsilon_{4,i}^{(n)}\\ (1-\varepsilon_{0,i}^{(n)})(1-\xi\varepsilon_{4,i}^{(n)}) & \varepsilon_{0,i}^{(n)}(1-\xi\varepsilon_{4,i}^{(n)}) & \xi\varepsilon_{4,i}^{(n)}\end{bmatrix} \tag{10}$$

（2）在沙量守恒方程式中增加“来沙补给项”，假设ΔH_r为来沙厚度，P_{ri}为第 i 粒径组泥沙的来沙级配，因此河床冲刷条件下的活动层沙量守恒方程可改写为：

$$\begin{aligned}P_{ai}^{(n)}=&P_{ai}^{(n-1)}-P_{ai}^{(n-1)}[P_{12i}^{(n-1)}+P_{13i}^{(n-1)}]+m[P_{bi}^{(n-1)}P_{21i}^{(n-1)}+P_{si}^{(n-1)}P_{31i}^{(n-1)}]+\\&P_{ai}^{(0)}\left[(\sum_{i=1}^{\max}P_{ai}^{n-1}P_{12i}^{n-1}+\sum_{i=1}^{\max}P_{ai}^{n-1}P_{13i}^{n-1})-m\left(\sum_{i=1}^{\max}P_{bi}^{n-1}P_{21i}^{n-1}+\sum_{i=1}^{\max}P_{si}^{n-1}P_{31i}^{n-1}\right)\right]+\\&\frac{\Delta H_r^{(n-1)}}{E^{(n-1)}}P_{ri}^{(n-1)}\end{aligned} \tag{11}$$

河床淤积条件下的活动层沙量守恒方程可改写为：

$$\begin{aligned}P_{ai}^{(n)}=&P_{ai}^{(n-1)}-P_{ai}^{(n-1)}[P_{12i}^{(n-1)}+P_{13i}^{(n-1)}]+m[P_{bi}^{(n-1)}P_{21i}^{(n-1)}+P_{si}^{(n-1)}P_{31i}^{(n-1)}]+\\&P_{ai}^{(n-1)}\left[(\sum_{i=1}^{\max}P_{ai}^{n-1}P_{12i}^{n-1}+\sum_{i=1}^{\max}P_{ai}^{n-1}P_{13i}^{n-1})-m\left(\sum_{i=1}^{\max}P_{bi}^{n-1}P_{21i}^{n-1}+\sum_{i=1}^{\max}P_{si}^{n-1}P_{31i}^{n-1}\right)\right]+\\&\frac{\Delta H_r^{(n-1)}}{E^{(n-1)}}P_{ri}^{(n-1)}\end{aligned} \tag{12}$$

式中，等号右边最后一项为来沙补给量，反映来沙情况对河床粗化的影响。

上述即本文新方法在有上游泥沙补给条件下的可行扩展思路。后续研究计划进一步将供沙边界条件纳入方法体系，并通过试验与天然河段资料对相关参数进行率定及验证，从而使本文方法能够适用于来沙变化驱动的河床粗化演变预测。

5 结论

本文以韩其为泥沙转移概率矩阵为基础，通过改进活动层沙量平衡方程，构建了考虑“悬移质—推移质—床沙”交换过程及床沙活动层厚度动态变化的卵石夹沙河床粗化计算方法。依据实测资料和水槽试验资料比较了四种经典方法及本文构建方法的计算性能，得到以下主要结论：

（1）经典方法在“水流冲刷—河床粗化”的互馈机制描述、河床粗化稳定条件的合理

设置、床面层泥沙交换机制引入等方面存在局限性，导致传统方法应用在天然河流或水槽试验时，预测结果与实际值存在较大误差。尹学良方法的计算结果呈现过度冲刷现象，计算结果在卵砾石范围内相较于实测值存在明显的缺失；Gessler方法和许全喜方法的计算结果整体上细于或粗于实测的粗化层级配，原因在于未考虑“水流冲刷—河床粗化”互馈机制、床沙粗化稳定条件选取不当。

（2）本文构建方法具备较高的准确性与较强的稳定性。应用于丹江口水库和三峡水库下游时，均方根误差*RMSE*值和平均绝对误差*MAE*值分别为4.9%和3.3%，且在三个典型断面计算的河床冲刷深度分别为3.13 m、1.89 m和1.89 m，接近于实测值2.52 m、2.15 m和2.10 m；应用在室内水槽试验时，均方根误差*RMSE*值和平均绝对误差*MAE*值分别为5.5%和2.5%。

（3）本文新方法的验证基于常规水流条件（摩阻流速u^*范围为5.4 cm/s ~13.8 cm/s），对于特大洪水等极端水流工况，由于床面结构破坏、水流条件突变、泥沙交换强度突变等因素，方法的预测精度可能有所下降，后续需通过补充极端工况的实测资料与试验数据，考虑粗化层“破坏—重建”过程中水沙要素突变现象，优化参数自适应调整机制；此外，新方法暂未考虑河床植被覆盖、床面生物扰动等因素的影响，适用于无显著植被干扰的山区或平原型卵石夹沙河段，这也是未来拓展研究的重要方向。

5参考文献

[1] Dethier E N, Renshaw C E, Magilligan F J. Rapid changes to global river suspended sediment flux by humans. Science, 2022,376(6600):1447-1452.

[2] Feng Z, Deng A, Lu Q, et al. Evaluation of bed load transport equations in gravel bed rivers: A case study of the lower Jinsha River (SW China). Journal of Hydrology: Regional Studies, 2025,60:102566.

[3] Zhou M R, Xia J Q, Deng S S, et al. Longitudinal variation of channel evolution along the middle Yangtze River after the operation of the Three Gorges Project. Journal of Lake Sciences, 2023,35(2):642-650. [周美蓉, 夏军强, 邓珊珊, 等. 三峡工程运用后长江中游河床调整沿程变化特点. 湖泊科学, 2023,35(2):642-650.]

[4] Zhang Y J, Hu C H, Wang Y G. Scouring and silting characteristics of downstream river channel of hydropower projects at abroad. Yangtze River, 2010,41(24):76-80. [张燕菁,胡春宏,王延贵.国外典型水利枢纽下游河道冲淤演变特点.人民长江,2010,41(24):76-80+85.]

[5] Li L L, Xia J Q, Zhou M R, et al. Riverbed Armoring Processes in a Sand-gravel Bed River After the Three Gorges Project Operation. Advanced Engineering Sciences, 2020,52(3):42-51. [李林林,夏军强,周美蓉,等.三峡工程下游卵石夹沙河段床沙粗化计算.工程科学与技术,2020,52(3):42-51.]

[6] Cao Y Q, Xia J Q, Zhou M R, et al. Analysis of bed material coarsening characteristics during recent continuous erosion in lower Yellow River. Journal of Hydroelectric Engineering, 2024,43(5):1-12. [曹玉芹, 夏军强, 周美蓉, 等. 黄河下游近期持续冲刷过程中床沙粗化特性分析. 水力发电学报, 2024,43(5):1-12.]

[7] Orrú C, Blom A, Uijttewaal W S. Armor breakup and reformation in a degradational laboratory experiment. Earth Surface Dynamics, 2016,4(2):461-470.

[8] Chen X, Hassan M A, An C, et al. Rough correlations: meta-analysis of roughness measures in gravel bed rivers. e2020WR027079 Water Resour. Res., 2020,56.

[9] Li L, Xia J, Zhou M, et al. Modeling of sediment exchange process and channel evolution in the downstream reach below the Three Gorges Dam. Catena, 2025,251:108815.

[10] Deng S, Xia J, Zhou M, et al. Coupled modeling of bank retreat processes in the Upper Jingjiang Reach, China. Earth Surface Processes and Landforms, 2018,43(14):2863-2875.

[11] Fu H, Shan Y, Liu C. A model for predicting the grain size distribution of an armor layer under clear water scouring. Journal of Hydrology, 2023,623:129842.

[12] Li L L, Xia J Q, Zhou M R, et al. Adjustment of bed material composition in a sand-bed reach of the middle Yangtze River. Journal of Lake Sciences, 2021,33(1):277-288. [李林林, 夏军强, 周美蓉, 等. 长江中游沙质河段床沙级配调整过程计算. 湖泊科学, 2021,33(1):277-288.]

[13] Xie J H. Calculation of river bed armoring. Engineering Journal of Wuhan University , 1959(2):1-13. [谢鉴衡. 河床粗化计算. 武汉水利电力学院学报, 1959(2):1-13.]

[14] Yin X L. Study on river bed armoring under clear water scour. Journal of Hydraulic Engineering, 1963(1):15-25. [尹学良. 清水冲刷河床粗化研究. 水利学报, 1963(1):15-25.]

[15] Gessler J, Prych E A. The beginning of bedload movement of mixtures investigated as natural armoring in channels[M]. California Institute of Technology, Division of Engineering and Applied Science, 1968.

[16] Li L, Xia J, Zhou M, et al. Riverbed armoring and sediment exchange process in a sand–gravel bed reach after the Three Gorges Project operation. Acta Geophysica, 2020,68:243-252.

[17]Sun Z L, Sun Z F. Experiment and Prediction of an Armoring Layer. Journal of Hydroelectric Engineering, 2000(4):40-48.[孙志林, 孙志锋. 粗化层试验与预报. 水力发电学报, 2000(4):40-48.]

[18] Han Q W. Non-equilibrium Transport of Non-uniform Suspended Sediment[M]. Beijing: Science Press, 2013. [韩其为. 非均匀悬移质不平衡输沙[M]. 北京: 科学出版社, 2013.]

[19] Xu Q X, Zhang X F, Tan G M. Multi-Step Prediction Modeling on Riverbeds Scouring and Armoring. Advances in Water Science, 1999(1):43-48. [许全喜, 张小峰, 谈广鸣. 河床冲刷粗化多步预报模式研究. 水科学进展, 1999(1):43-48.]

[20] Liu K J, Xu H J, Bai Y C, et al. Gravel Riverbed Experimental Study on Prediction of Armoring Layer Gradation . Water Resources and Power, 2015,33(7):128-131. [刘凯捷, 徐海珏, 白玉川, 等. 卵砾石床面粗化层级配预报试验研究. 水电能源科学, 2015,33(7):128-131.]

[21] An C, Cui Y, Fu X, et al. Gravel-bed river evolution in earthquake-prone regions subject to cycled hydrographs and repeated sediment pulses. Earth Surface Processes and Landforms, 2017,42(14):2426-2438.

[22] Geng X, Mao J X, Chen X J. Study on scour and armor in the downstream of Three Gorges Reservoir. Journal of Sediment Research, 2017,42(5):19-24. [耿旭, 毛继新, 陈绪坚. 三峡水库下游河道冲刷粗化研究. 泥沙研究, 2017,42(5):19-24.]

[23] He W S, Cao S Y, Zhang H W, et al. Method of grading calculation for armoring bed materials under clear water erosion. Journal of Hydroelectric Engineering, 2003(2):39-45.[何文社, 曹叔尤, 张红武, 等. 清水冲刷河床稳定粗化层级配计算. 水力发电学报, 2003(2):39-45.]

[24] Han Q W. The frontier research achievements on stochastic theory of sediment transport. Journal of Hydraulic Engineering, 2018,49(9):1040-1054. [韩其为. 泥沙运动统计理论前沿研究成果. 水利学报, 2018,49(9):1040-1054.]

[25] Kuai K Z, Tsai C W. Discrete-time Markov chain model for transport of mixed-size sediment particles under unsteady flow conditions. Journal of Hydrologic Engineering, 2016,21(11):4016039.

[26] Qi S, Fengfeng G U, Yuanyang W, et al. A Formula for Bedload Transport Based on the Stochastic Sediment Interchanges and the Different Motion Patterns. Journal of Basic Science and Engineering, 2023,31(3):599-610.

[27] Dey S, Ali S Z. Mechanics of sediment transport: Particle scale of entrainment to continuum scale of bedload flux. Journal of Engineering Mechanics, 2017,143(11):4017127.

[28] Feng Z Y, Deng A J, Le M H, et al. A calculation method for the ultimate scour of gravel-sand riverbeds based on the bed material exchange process[J/OL]. Advanced Engineering Sciences, 2025:1-12. [冯志

毅，邓安军，乐茂华，等. 基于床沙交换过程的卵石夹沙河床极限冲刷计算方法[J/OL]. 工程科学与技术,2025:1-12.]

[29] Feng Z Y, Deng A J, Le M H, et al. A probabilistic model for bed material coarsening in gravel-sand riverbeds based on exchange of suspended load, bed load, and bed material. Journal of Hydraulic Engineering, 2025,56(12):1679-1688. [冯志毅，邓安军，乐茂华，等. 基于悬移质、推移质和床沙交换的卵石夹沙河床粗化概率计算模型. 水利学报，2025,56(12):1679-1688.]

[30] Borah D K, Alonso C V, Prasad S N. Routing graded sediments in streams: Formulations. Journal of the hydraulics division, 1982,108(12):1486-1503.

[31] Xu Y, Zhu D J, Meng Z, et al. Experimental study on bed load transport in the armoring process. Advances in Water Science, 2018,29(3):339-347. [徐元,朱德军,孟震,等.河床粗化过程中推移质输移特征试验研究.水科学进展,2018,29(3):339-347.]

[32] Venditti J G, Dietrich W E, Nelson P A, et al. Effect of sediment pulse grain size on sediment transport rates and bed mobility in gravel bed rivers. Journal of Geophysical Research: Earth Surface, 2010,115(F3).

[33] Hassan M A, Saletti M, Johnson J P, et al. Experimental insights into the threshold of motion in alluvial channels: Sediment supply and streambed state. Journal of Geophysical Research: Earth Surface, 2020,125(12):e2020JF005736.

[34] Tsai C W, Lai K. Three-state continuous-time Markov chain model for mixed-size sediment particle transport. Journal of Hydraulic Engineering, 2014,140(9):4014047.